

國立臺灣大學理學院大氣科學系

學士班學生論文

Department of Atmospheric Sciences

College of Science

National Taiwan University

Bachelor Degree Thesis

軸對稱颱風模式描述颱風次環流分布－凡那比(2010)

颱風個案

Distribution of Secondary Circulation Using
Axisymmetric Typhoon Model – Example of Typhoon
Fanapi (2010)

李尚恩

Shang-En Li

指導教授：楊明仁 博士

Advisor: Ming-Jen Yang, Ph.D.

中華民國 108 年 4 月

April 2019

摘要

本研究透過理想化颱風模式與 WRF 模式討論垂直運動速度、徑向風、溫度趨勢之結果差異。此理想化模式假設颱風為軸對稱結構，將颱風分為颱風眼、眼牆、眼牆外三區域描述，並且簡化靜力穩定度、慣性穩定度等參數之空間分布，以凸顯颱風次環流特徵，探討其中的物理機制及釐清主要影響因子。

本研究以各高度颱風無斜壓性且非絕熱加熱只均勻分布於眼牆、無斜壓性且加熱有徑向分布、全颱風有均勻斜壓性且加熱有徑向分布、斜壓性只均勻分布於眼牆且加熱有徑向分布等四種情境及該理想化模式所帶的簡化代入 Sawyer-Eliassen 方程式求其解析解或數值解，並以 WRF 模式模擬較軸對稱之 2010 年凡那比颱風個案，比較徑方向-垂直方向之結構異同與差異大小。

加熱有徑向分布之情境比加熱只均勻分布於眼牆者垂直運動速度接近 WRF 模式結果之結構特徵，有斜壓性者能減少無斜壓性者於眼牆上升運動強度高估之情況，整體更接近 WRF 模式結果，而颱風對稱性增加能使差異減少。加熱只均勻分布於眼牆者之徑向風低層入流過強且高層出流過弱，加熱有徑向分布三者其底層入流與高層出流較接近 WRF 模式結果，但於眼牆外有異常入流出流特徵，而有斜壓性者颱風眼與眼牆之出流較無斜壓性者弱。WRF 模式結果除了颱風眼，其他處無較明顯溫度趨勢。四種理想化模式情境皆有溫度趨勢高估，加熱有徑向分布者較加熱均勻分布於眼牆者大、有斜壓性者較無斜壓性者大。

此理想化模式有其先天上限制。WRF 模式結果顯示凡那比颱風溫度趨勢接近非對稱結構，而理想化模式假設颱風為軸對稱結構，因此對於溫度趨勢理想化模式無法描述 WRF 模式結果。凡那比颱風之非絕熱加熱於 200 百帕以上微弱，導致理想化模式結果訊號微弱，而 WRF 模式於該高度仍有相當大小的垂直運動速度、徑向風、溫度趨勢，理想化模式結果過於微弱而無法描述。

關鍵詞：颱風次環流、軸對稱模式、WRF 模式、非絕熱加熱、斜壓性

目錄

摘要	i
目錄	ii
表目錄	iii
圖目錄	iv
第一章 緒論	1
壹、研究動機	1
貳、論文架構	2
第二章 理想化模式介紹	3
第三章 研究方法	9
壹、WRF 模式設定	9
貳、理想化模式參數及情境設定	10
參、分析方式	13
第四章 結果及討論	15
壹、理想化模式與 WRF 模式結果比較	15
貳、定量分析理想化模式與 WRF 模式之差異	22
第五章 結論	25
參考文獻	27
表附錄	28
圖附錄	29
附錄一 理想化模式推導	66
附錄二 資料處理方式	68

表目錄

表 2 - 1：計算圖 2-2 所使用之參數。	28
表 4 - 1：10 UTC 垂直運動速度、徑向風、溫度趨勢不同情境之整體方均根誤差。	28
表 4 - 2：17 UTC 垂直運動速度、徑向風、溫度趨勢不同情境之整體方均根誤差。	28

圖目錄

圖 2 - 1：假設之 Q 與 Ψ 垂直方向結構。.....	29
圖 2 - 2：理想化模式可描述之切向風結構。.....	29
圖 3 - 1：YANG ET AL. (2018)的 WRF 模式範圍設定。.....	30
圖 3 - 2：凡那比颱風海平面近中心最低氣壓隨時間變化。.....	30
圖 3 - 3：2010/9/18 10 UTC WRF 模式模擬之 850 百帕風速與風標。.....	31
圖 3 - 4：2010/9/18 17 UTC WRF 模式模擬之 850 百帕風速與風標。.....	31
圖 3 - 5：2010/9/18 10 UTC WRF 模式模擬之垂直最大雷達回波。.....	32
圖 3 - 6：2010/9/18 17 UTC WRF 模式模擬之垂直最大雷達回波。.....	32
圖 3 - 7：圓柱座標的資料點水平分布。.....	33
圖 3 - 8：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 切向風之徑方向-垂直方向結構。.	34
圖 3 - 9：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 切向風之徑方向-垂直方向結構。.	35
圖 3 - 10：2010/9/18 10 UTC 理想化模式各情境設定之非絕熱加熱徑方向-垂直方向結構圖。.....	36
圖 3 - 11：2010/9/18 17 UTC 理想化模式各情境設定之非絕熱加熱徑方向-垂直方向結構圖。.....	36
圖 3 - 12：2010/9/18 10 UTC 理想化模式各情境設定之斜壓性徑方向-垂直方向結構圖。.....	37
圖 3 - 13：2010/9/18 17 UTC 理想化模式各情境設定之斜壓性徑方向-垂直方向結構圖。.....	37
圖 4 - 1：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。.....	38
圖 4 - 2：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。.....	39

圖 4 - 3：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。	40
圖 4 - 4：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。	41
圖 4 - 5：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。	42
圖 4 - 6：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。	43
圖 4 - 7：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。	44
圖 4 - 8：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。	45
圖 4 - 9：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。	46
圖 4 - 10：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。	47
圖 4 - 11：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。	48
圖 4 - 12：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。	49
圖 4 - 13：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。	50
圖 4 - 14：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。	51

圖 4-15：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。.....	52
圖 4-16：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。.....	53
圖 4-17：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。.....	54
圖 4-18：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。.....	55
圖 4-19：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。.....	56
圖 4-20：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。.....	57
圖 4-21：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。.....	58
圖 4-22：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。.....	59
圖 4-23：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。.....	60
圖 4-24：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。.....	61
圖 4-25：10 UTC WRF 模式內凡那比颱風之垂直平均溫度趨勢。.....	62
圖 4-26：17 UTC WRF 模式內凡那比颱風之垂直平均溫度趨勢。.....	62
圖 4-27：10 UTC WRF 模式 300 百帕與 850 百帕之垂直風切。.....	63
圖 4-28：17 UTC WRF 模式 300 百帕與 850 百帕之垂直風切。.....	63

圖 4 - 29：10 UTC 理想化模式不同情境之垂直運動速度、徑向風、溫度梯度 標準化方均根誤差隨高度變化。	64
圖 4 - 30：17 UTC 理想化模式不同情境之垂直運動速度、徑向風、溫度梯度 標準化方均根誤差隨高度變化。	65

第一章 緒論

垂直運動速度對於天氣現象扮演關鍵的影響因素，氣流上升時常伴隨對流等劇烈天氣事件，而氣流下沉時則常晴朗無雲。對於颱風也是如此。颱風為一低壓系統，除了有繞行颱風中心之強勁切向風外，低層有入流輻合至眼牆，於眼牆產生上升氣流，並在高層產生輻散氣流離開颱風，為颱風之次環流結構。此次環流主導颱風及其周邊的天氣現象。低層入流將海面上豐沛水氣代入颱風內部，入流輻合並產生上升運動，水氣潛熱釋放使得對流發展產生劇烈降水，氣流上升至高層，於颱風眼產生微弱下沉，或外流離開颱風在其外圍產生下沉，此二處天氣晴朗穩定。颱風所夾的強風與劇烈降水為台灣帶來嚴重災害，因此研究颱風的次環流結構有助於人類對颱風的了解，以減少災害帶來的損失。

壹、研究動機

每年颱風除了為台灣帶來豐沛降水，也帶來許多災害，颱風的次環流對於劇烈降水扮演重要角色。風速、非絕熱加熱、穩定度等諸多因素及結構皆會影響颱風次環流分布，透過假設與簡化可幫助釐清物理機制及主要影響因素。本研究利用理想化模式，透過颱風為軸對稱等假設與各項參數分布之簡化，使用 Sawyer-Eliassen 方程式對次環流的描述，討論不同斜壓性、非絕熱加熱分布對颱風次環流有關之徑向風、垂直運動速度、溫度趨勢影響程度。本研究比對考慮諸多因素模擬近軸對稱凡那比(2010)颱風之 WRF 模式結果，探討理想化模式模擬不同非絕熱加熱與斜壓性分布的次環流與 WRF 模式差異，以釐清影響次環流結構之主因及該理想化模式之極限。

貳、論文架構

本論文主要分為五章，第一章為緒論，第二章為理想化模式介紹，描述理想化模式之假設、簡化、推導解析解，第三章為研究方法，描述 WRF 模式資料來源及設定、理想化模式參數及情境設定、分析方式，第四章為結果與討論，將討論理想化模式與 WRF 模式之結構及數值差異，第五章為結論。另附兩節附錄解釋較詳細的推導與資料處理方式。

第二章 理想化模式介紹

本研究所使用之理想化模式取自 Schubert et al. (2007)所使用的 Three-region Model (以下以理想化模式稱之)。顧名思義將颱風分為三區域討論：颱風中心至眼牆內側(以颱風眼區域稱之)、眼牆內側至外側(以眼牆區域稱之)、眼牆外側之外(以眼牆外區域稱之)。由於實際颱風過於複雜，故使用以下假設簡化理想化模式對於颱風的描述：

- 大氣層化(流體密度隨高度改變)
- 颱風結構完全軸對稱
- 流體沒有黏滯性
- 準靜力平衡
- 梯度風平衡
- 科氏參數為定值 (f-plane)

由於已經假設颱風為軸對稱，故使用圓柱座標描述氣體運動較為方便。以高度為 0 之颱風中心位置為原點， r 、 θ 、 z 分別表示徑方向、切方向、垂直方向， u 、 v 、 w 分別表示徑向風、切向風、垂直運動速度。而垂直方向之 z 座標非幾何高度，而是壓力座標取 \log 後之高度： $z = H \log\left(\frac{P_0}{P}\right)$ ， $H = \frac{RT_0}{g}$ 。

經以上假設，颱風的控制方程可以圓柱座標表示如下：

$$\begin{cases} \left(f + \frac{v}{r} \right) v = \frac{\partial \phi}{\partial r} & (1-1) \\ \frac{Dv}{Dt} + \left(f + \frac{v}{r} \right) u = 0 & (1-2) \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{g}{T_0} T & (1-3) \\ \frac{\partial(rv)}{r\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{w}{H} = 0 & (1-4) \\ c_p \frac{DT}{Dt} + \frac{RT}{H} w = Q & (1-5) \end{cases}$$

ϕ 為重力位高度、 f 為科氏參數、 c_p 為等壓氣體比熱、 Q 為非絕熱加熱。由於已假設颱風為軸對稱，因此 $\frac{\partial}{\partial \theta}$ 消除。

藉由(1-1)式與(1-3)式可推導出颱風內部的熱力風平衡關係：

$$\left(f + \frac{2v}{r}\right) \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{g}{T_0} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2-0)$$

依據(1-4)式連續方程，可使用流函數表示颱風的次環流 u 與 w ：

$$e^{-\frac{z}{H}} u = -\frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (2-1) \quad e^{-\frac{z}{H}} w = \frac{\partial(r\psi)}{r \partial r} \quad (2-2)$$

將(1-2)式切方向動量方程乘以 $-(f + \frac{2v}{r})$ 、將(1-5)式熱力方程乘以 $\frac{g}{T_0}$ ，並將熱

力風平衡、流函數關係代入，可化簡為：

$$-\left(f + \frac{2v}{r}\right) \frac{\partial v}{\partial z} + B \frac{\partial(r\psi)}{r \partial r} + C \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{g}{T_0} \frac{\partial T}{\partial z} + A \frac{\partial(r\psi)}{r \partial r} + B \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{g}{c_p T_0} Q \quad (4)$$

$$A = e^{\frac{z}{H}} \frac{g}{T_0} \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\kappa T}{H}\right), \quad \kappa = \frac{R_d}{c_p} \quad (5)$$

$$B = -e^{\frac{z}{H}} \left(f + \frac{2v}{r}\right) \frac{\partial v}{\partial z} = -e^{\frac{z}{H}} \frac{g}{T_0} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (6)$$

$$C = e^{\frac{z}{H}} \left(f + \frac{2v}{r}\right) \left(f + \frac{\partial(r\psi)}{r \partial r}\right) \quad (7)$$

A 、 B 、 C 指數以外的部分，分別為靜力穩定度、斜壓性、慣性穩定度。

將(3)式對 z 微分，加上(4)式對 r 微分，則可推出 Sawyer-Eliassen 方程式：

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(A \frac{\partial(r\psi)}{r \partial r} + B \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(B \frac{\partial(r\psi)}{r \partial r} + C \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{g}{c_p T_0} \frac{\partial Q}{\partial r} \quad (8)$$

考慮(8)式邊界條件， z 方向邊界對流層底部($z = 0$)與對流層頂($z = z_T$)兩高度之 $\psi = 0$ ， r 方向邊界於颱風中心($r = 0$)， $\psi = 0$ ，於颱風外圍($r \rightarrow \infty$)， $r\psi \rightarrow 0$ 。

為了取得 Sawyer-Eliassen 方程式之解析解，需進一步假設：

$$A = e^{\frac{z}{H}} N^2$$

$$\frac{g}{T_0} \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

$$C = e^{\frac{z}{H}} \hat{f}^2, \quad \hat{f}(r) = \left\{ \left(f + \frac{2v}{r} \right) \left(f + \frac{\partial(rv)}{r\partial r} \right) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

N^2 為靜力穩定度，為定值。 $\hat{f}(r)$ 為修正科氏參數，三個區域各有一定值。 $\frac{g}{T_0} \frac{\partial T}{\partial r} = 0$ 表示假設颱風沒有斜壓性。透過以上假設，大大化簡颱風的靜力穩定度、斜壓性與慣性穩定度結構，而實際上 A、B、C 皆有複雜的空間結構，且其暖心結構使颱風不是完全的正壓系統。

使用以上假設，(8) 式能夠化簡為：

$$N^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial(r\psi)}{r\partial r} \right) + \hat{f}^2 e^{-\frac{z}{H}} \frac{\partial}{\partial z} \left(e^{\frac{z}{H}} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{ge^{-\frac{z}{H}}}{c_p T_0} \frac{\partial Q}{\partial r} \quad (9)$$

進一步假設非絕熱加熱 Q 、流函數 ψ 有以下關係：

$$Q(r, z) = \hat{Q}(r) e^{\frac{z}{2H}} \sin\left(\frac{\pi z}{z_T}\right) \quad \psi(r, z) = \hat{\psi}(r) e^{-\frac{z}{2H}} \sin\left(\frac{\pi z}{z_T}\right)$$

圖 2-1 為兩者之垂直結構，兩者在對流層底部與對流層頂皆為 0。流函數符合垂直方向邊界條件，於中對流層達最大值；非絕熱加熱於中高對流層達最大值，符合颱風強對流之加熱結構。

將以上假設之 Q 與 ψ 代入(9)式，可將所有項之 z 部分移除，退回 r 方向二階常微分方程：

$$r^2 \frac{d^2 \hat{\psi}}{dr^2} + r \frac{d\hat{\psi}}{dr} - (\mu^2 r^2 + 1) \hat{\psi} = \frac{gr^2}{c_p T_0 N^2} \frac{d\hat{Q}}{dr}, \quad \mu^2 = \frac{\hat{f}^2}{N^2} \left\{ \frac{\pi^2}{z_T^2} + \frac{1}{(2H)^2} \right\} \quad (10)$$

其中， μ 為羅士比變形半徑(Rossby length)之倒數。

在理想化模式中，三區域皆可依切向風計算並選取一修正科氏參數作為該區域的慣性穩定度：

$$\hat{f}(r) = \left\{ \left(f + \frac{2v}{r} \right) \left(f + \frac{\partial(rv)}{r\partial r} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} = \begin{cases} \hat{f}_0 & 0 \leq r < r_1 \\ \hat{f}_1 & r_1 \leq r < r_2 \\ \hat{f}_2 & r_2 \leq r < \infty \end{cases} \quad (11)$$

r_1 表示颱風中心至眼牆內側的距離， r_2 表示颱風中心至眼牆外側的距離。因此 $0 \leq r < r_1$ 表示眼牆內側之颱風眼區域，於此區之參數以下標 0 表示； $r_1 \leq r < r_2$ 表示眼牆區域，以下標 1 表示， $r_2 \leq r < \infty$ 表示眼牆外區域，以下標 2 表示。

透過以下關係，則可建立出理想化模式可描述之方位風(Azimuthal Wind)：

$$2rv(r) = (\hat{f}_0 - f)r^2 \quad 0 \leq r \leq r_1 \quad (12)$$

$$2rv(r) = \{\hat{f}_0^2 r_1^4 + \hat{f}_1^2 (r^4 - r_1^4)\}^{\frac{1}{2}} - fr^2 \quad r_1 \leq r \leq r_2 \quad (13)$$

$$2rv(r) = \{\hat{f}_0^2 r_1^4 + \hat{f}_1^2 (r_2^4 - r_1^4) + \hat{f}_2^2 (r^4 - r_2^4)\}^{\frac{1}{2}} - fr^2 \quad r_2 \leq r < \infty \quad (14)$$

而將方位風除以 $2r$ 即為理想化模式可描述的切向風 v 。而依照 Schubert et al., (2007) 所給之參數(表 2-1)，理想化模式可描述的颱風切向風結構如圖 2-2 所示。Case A 與 C 其 $\hat{f}_0 = \hat{f}_1, \hat{f}_2 = f$ ，為颱風眼與眼牆鋼體旋轉、眼牆外不受颱風旋轉之理想颱風，建立的切向風為 Rankine Vortex。而 Case B 與 D 其 $\hat{f}_0 < \hat{f}_1$ ，為眼牆內風速迅速增強、發展較為前期之颱風。

由於三區域可有各自修正科氏參數，因此各區域可各有一羅士比變形半徑倒數：

$$\mu(r) = \frac{\hat{f}(r)}{N} \left(\frac{\pi^2}{z_T^2} + \frac{1}{4H^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \begin{cases} \mu_0 & 0 \leq r < r_1 \\ \mu_1 & r_1 \leq r < r_2 \\ \mu_2 & r_2 \leq r < \infty \end{cases} \quad (15)$$

颱風眼牆有劇烈降水，非絕熱加熱主要來自潛熱釋放。理想化模式進一步假設非絕熱加熱只存在於眼牆區域，且為定值：

$$\hat{Q}(r) = \begin{cases} 0 & 0 \leq r < r_1 \\ Q_1 & r_1 \leq r < r_2 \\ 0 & r_2 \leq r < \infty \end{cases} \quad (16)$$

由以上 $\hat{Q}(r)$ 結構， $\frac{d\hat{Q}}{dr}$ 只在 $r = r_1$ 、 $r = r_2$ 有值，其他處為 0。(10)式在 $r = r_1$ 、 $r = r_2$ 兩處可化簡為：

$$\left[\frac{d(r\hat{\psi})}{rdr} \right]_{r_1^-}^{r_1^+} = \frac{gQ_1}{c_p T_0 N^2}, \quad \left[\frac{d(r\hat{\psi})}{rdr} \right]_{r_2^-}^{r_2^+} = -\frac{gQ_1}{c_p T_0 N^2} \quad (17)$$

對 r 積分(10)式可得，上下標表示其積分範圍， r_1^- 與 r_1^+ 範圍狹窄且經過 r_1 ，對於 r_2 也是如此。 r 於此二點之外，(10)式之等號右側為 0，因此(10)式符合第一階修正貝索函數(First-order Modified Bessel Function)之形式，擁有通解 $\hat{\psi} = C_1 I_1(\mu r) + C_2 K_1(\mu r)$ 。代入 r 方向邊界條件，且於 $r = r_1$ 、 $r = r_2$ 先給定 $\hat{\psi}_1$ 、 $\hat{\psi}_2$ ，

分颱風眼區域、眼牆區域、眼牆外區域討論其解。

$$\hat{\psi}(r) = \begin{cases} \hat{\psi}_1 \frac{I_1(\mu_0 r)}{I_1(\mu_0 r_1)} & 0 \leq r \leq r_1 \\ \frac{\hat{\psi}_1 F(r, r_2) + \hat{\psi}_2 F(r_1, r)}{F(r_1, r_2)} & r_1 \leq r \leq r_2 \\ \hat{\psi}_2 \frac{K_1(\mu_2 r)}{K_1(\mu_2 r_2)} & r_2 \leq r < \infty \end{cases} \quad (18)$$

$$F(x, y) = I_1(\mu_1 x)K_1(\mu_1 y) - K_1(\mu_1 x)I_1(\mu_1 y)$$

可利用(17)式求得尚未知的 $\hat{\psi}_1$ 與 $\hat{\psi}_2$ 。將(18)式微分並寫為 $\frac{d(r\hat{\psi})}{rdr}$ 形式：

$$\frac{d(r\hat{\psi})}{rdr} = \begin{cases} \hat{\psi}_1 \mu_0 \frac{I_0(\mu_0 r)}{I_1(\mu_0 r_1)} & 0 \leq r < r_1 \\ \frac{\hat{\psi}_1 \mu_1 G(r, r_2) - \hat{\psi}_2 \mu_1 G(r, r_1)}{F(r_1, r_2)} & r_1 < r < r_2 \\ -\hat{\psi}_2 \frac{K_0(\mu_2 r)}{K_1(\mu_2 r_2)} & r_2 < r < \infty \end{cases} \quad (19)$$

$$G(x, y) = I_0(\mu_1 x)K_1(\mu_1 y) + K_0(\mu_1 x)I_1(\mu_1 y)$$

將(19)式代入(17)式，解未知數 $\hat{\psi}_1$ 、 $\hat{\psi}_2$ 二元一次聯立方程式，可得：

$$\hat{\psi}_1 = \frac{gQ_1 r_2 F(r_1, r_2)}{c_p T_0 N^2} \left(\frac{1 - \alpha}{1 - \alpha\beta} \right) \quad \hat{\psi}_2 = \frac{gQ_1 r_1 F(r_1, r_2)}{c_p T_0 N^2} \left(\frac{\beta - 1}{1 - \alpha\beta} \right) \quad (20)$$

$$\alpha = \mu_1 r_1 \left\{ G(r_2, r_1) - F(r_1, r_2) \frac{\mu_2 K_0(\mu_2 r_2)}{\mu_1 K_1(\mu_2 r_2)} \right\} \quad (21)$$

$$\beta = \mu_1 r_2 \left\{ G(r_1, r_2) - F(r_1, r_2) \frac{\mu_0 I_0(\mu_0 r_1)}{\mu_1 I_1(\mu_0 r_1)} \right\} \quad (22)$$

將所解得 $\hat{\psi}_1$ 、 $\hat{\psi}_2$ 及(19)式代回(2-1)、(2-2)，可得到徑向風 u 、垂直運動速度 w 之解析解：

$$u(r, z) = e^{\frac{z}{2H}} \left(\frac{1}{2H} \sin\left(\frac{\pi z}{z_T}\right) - \frac{\pi}{z_T} \cos\left(\frac{\pi z}{z_T}\right) \right) \times \begin{cases} \hat{\psi}_1 \frac{I_1(\mu_0 r)}{I_1(\mu_0 r_1)} & 0 \leq r \leq r_1 \\ \frac{\hat{\psi}_1 F(r, r_2) + \hat{\psi}_2 F(r_1, r)}{F(r_1, r_2)} & r_1 \leq r \leq r_2 \\ \hat{\psi}_2 \frac{K_1(\mu_2 r)}{K_1(\mu_2 r_2)} & r_2 \leq r < \infty \end{cases} \quad (23)$$

$$w(r, z) = e^{\frac{z}{2H}} \sin\left(\frac{\pi z}{z_T}\right) \times \begin{cases} \hat{\psi}_1 \mu_0 \frac{I_0(\mu_0 r)}{I_1(\mu_0 r_1)} & 0 \leq r < r_1 \\ \frac{\hat{\psi}_1 \mu_1 G(r, r_2) - \hat{\psi}_2 \mu_1 G(r, r_1)}{F(r_1, r_2)} & r_1 < r < r_2 \\ -\hat{\psi}_2 \frac{K_0(\mu_2 r)}{K_1(\mu_2 r_2)} & r_2 < r < \infty \end{cases} \quad (24)$$

將所解得 $\hat{\psi}_1$ 、 $\hat{\psi}_2$ 及(19)式代回(4)式，則可得溫度趨勢 $\frac{\partial T}{\partial t}$ 之解析解：

$$\frac{\partial T}{\partial t} = e^{\frac{z}{2H}} \sin\left(\frac{\pi z}{z_T}\right)$$

$$\times \begin{cases} \left\{ \frac{Q_1}{c_p} \left\{ 1 - \left(\frac{1-\alpha}{1-\alpha\beta} \right) \mu_1 r_2 G(r_1, r_2) - \left(\frac{1-\beta}{1-\alpha\beta} \right) \right\} \frac{I_0(\mu_0 r)}{I_0(\mu_0 r_1)} \right\} & 0 \leq r \leq r_1 \quad (25) \\ \left\{ \frac{Q_1}{c_p} \left\{ 1 - \left(\frac{1-\alpha}{1-\alpha\beta} \right) \mu_1 r_2 G(r, r_2) - \left(\frac{1-\beta}{1-\alpha\beta} \right) \mu_1 r_1 G(r, r_1) \right\} \right\} & r_1 \leq r \leq r_2 \quad (26) \\ \left\{ \frac{Q_1}{c_p} \left\{ 1 - \left(\frac{1-\alpha}{1-\alpha\beta} \right) - \left(\frac{1-\beta}{1-\alpha\beta} \right) \mu_1 r_1 G(r_2, r_1) \right\} \frac{K_0(\mu_2 r)}{K_0(\mu_2 r_2)} \right\} & r_2 \leq r \leq \infty \quad (27) \end{cases}$$

本研究會使用到此理想化模式之解析解，與 WRF 模式結果比較差異。

第三章 研究方法

壹、WRF 模式設定

本研究使用 WRF 模式(Weather Research and Forecasting Model)模擬 2010 年凡那比颱風於海上的發展，使用 Yang et al. (2018)控制組實驗(含有台灣地形)之 WRF 模式模擬結果，其設定如下：

- 使用 Advanced Research WRF version 3.3.1
- 模擬時間從 2010/9/17 18 UTC 至 2010/9/20 06 UTC，共 60 小時。
- 三層巢狀網格，水平解析度分別為 9、3、1 公里，範圍如圖 3-1 所示。
- 垂直座標為 eta 座標，55 層，頂部為 30 百帕。
- 使用 Grell-Devenyi ensemble 積雲參數法、Morrison 雙矩量雲微物理參數法等參數法，其中積雲參數法只用於 9 公里網格。
- 初始條件與邊界條件使用歐洲中心之 Tropical Ocean Global Atmosphere 1.125 度之分析資料，每 6 小時更新一次。

而本研究只使用 3 公里網格解析度之結果，並選取颱風於模式內平衡至其主要結構尚未觸碰到台灣陸地之兩時間：2010/9/18 10 UTC、2010/9/18 17 UTC。此時凡那比颱風發展剛至巔峰時期，實際颱風近中心最低氣壓達 944 百帕（圖 3-2）。

10 UTC 颱風中心(圖 3-3)位於東經 125 度、北緯 24 度附近。中心南北兩側 0.5 度附近皆出現每秒 60 公尺之風速，北側風速可達每秒 70 公尺；東西兩側風速則有每秒 50 至 60 公尺。東西南北四側風速每秒 40 以上皆能延續至距中心 2 度處，東側與北側較寬。雷達回波(圖 3-5)部份，颱風眼回波乾淨且接近圓形，颱風眼四側皆有出現 55 dBZ 之強回波，回波大於 30 dBZ 四側皆能延續至距中心 1.5 度，東側最寬廣。

17 UTC 颱風中心(圖 3-4)位於東經 123.5 度、北緯 24 度附近，較靠近台灣。距颱風中心 0.5 度至 1 度四側皆有大於每秒 60 公里之風速，南側稍弱。風速大於

每秒 40 公尺之區域能從中心延續至 2 度以上，北側較寬。雷達回波部分(圖 3-6)，颱風眼接近圓形且乾淨面積較小，能清楚看到大於 30 dBZ 之環形回波，寬度約 1 度，強回波較集中於內側，強者可達 55 dBZ，南側較廣。

17 UTC 颱風距中心 0.5 度風速較 10 UTC 強，大於每秒 60 公尺之區域增多，且該區呈環形分佈且較 10 UTC 均勻。17 UTC 之環形回波較 10 UTC 紮實明顯且圓潤，颱風眼兩時間點皆清晰可見，17 UTC 之颱風眼形狀較 10 UTC 者圓潤。整體而言，兩時間點皆有高度軸對稱性，符合理想模式之假設，以 17 UTC 之軸對稱性較高。而兩時間點颱風主要結構(環形回波處)皆尚未接觸台灣地形，符合前述完全未考慮地形的理想化模式。

貳、理想化模式參數及情境設定

本研究使用 WRF 模式結果代入理想化模式，討論以理想化模式計算結果與 WRF 模式結果差異，然而 WRF 模式結果包含時間、垂直、南北、東西四維資料，代入理想化模式時須經簡化，以下列出各參數 WRF 模式資料簡化及定義方式：

一、內插圓柱座標

徑方向考慮距颱風中心 250 公里以內之區域，由 1 公里開始間格 2.5 公里內插，至 248.5 公里。切方向考慮全部方位，間格為 4 度。格點水平分布如圖 3-7 所示。垂直座標為壓力座標，由頂層 150 百帕至 900 百帕，每 50 百帕內插一次如圖 3-7 之分布；而垂直座標 log-pressure 座標轉換式， $z = H \log\left(\frac{P_0}{P}\right)$ ， $H = \frac{RT_0}{g}$ ， P_0 為 1000 百帕， T_0 為 300 K。所有參數皆內插至上述格點上，無使用交錯網格。

原點部分，颱風中心選擇 850 百帕於颱風系統內風速最小之風速位置。雖然理想化模式原點位於高度等於 0 之位置，考慮 900 百帕(含)以下可能尚位於邊界層內而缺乏代表性，故不考慮以此層尋找颱風中心位置。

二、 r_1 、 r_2 及修正科氏參數

理想化模式之颱風眼與眼牆區域交界位置 r_1 、眼牆與眼牆外區域交界位置 r_2 各高度需主觀決定。 r_1 選擇 WRF 模式切方向平均垂直運動速度由下沉轉為顯著上升之發生處， r_2 取 WRF 模式切方向平均切向風最大值出現之位置。將距中心 r_1 以內作為颱風眼區域、距中心介於 r_1 、 r_2 作為眼牆區域、距中心 r_2 以外作為眼牆以外區域。

修正科氏參數簡化方式，內插後之 WRF 模式切向風先取切方向平均值，再依(11)式計算修正科氏參數，於各高度颱風眼、眼牆兩區域各取一平均值。由於距離颱風無限遠處無任何切向風，(14)式眼牆外之修正科氏參數需設定為 1。

以上計算之修正科氏參數代入(12)至(14)式，可建立颱風於理想化模式內的切向風，如圖 3-8、圖 3-9 所示。10 UTC 理想化模式於各高度 r_2 處風速最強且於 750 百帕以下、距中心約 80 公里處達到最大，高層風速較小，此特徵與 WRF 模式結果類似，兩者只於眼牆外有大於每秒 5 公尺之差異。17 UTC 理想化模式於 800 百帕以下 r_2 處有最大值，各高度切向風於 r_2 處達到最大，隨高度提升切向風最大位置距中心越遠，與 WRF 模式結構類似，兩者於眼牆外區域有大於每秒 5 公尺之差異，少部分差異達每秒 15 公尺。整體而言兩時間點理想化模式可以描述 WRF 模式切向風結果。

三、靜力穩定度

靜力穩定度使用(5)式之 $\frac{g}{T_0} \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\kappa T}{H} \right)$ 計算， T 為切方向平均溫度。由於理想化模式之 N^2 為定值，因此將以上計算結果對垂直方向、徑方向平均成定值再代入理想化模式計算。

四、情境設定

本研究將利用此理想化模式討論不同非絕熱加熱結構、不同斜壓性結構探討

是否會因複雜程度的提升而接近 WRF 模式之結果。但由於提升非絕熱加熱與斜壓性的複雜程度會使解析解消失，因此需使用數值方法解理想化模式。

提升非絕熱加熱與斜壓性複雜程度後，(8)式 Sawyer-Eliassen 方程式可改寫為：

$$r^2 \frac{d^2 \hat{\psi}}{dr^2} + \left(r + \frac{g}{T_0} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{2r^2 \pi}{N^2 Z_T} \cot\left(\frac{\pi z}{Z_T}\right) \right) \frac{d\hat{\psi}}{dr} + \left(\frac{g}{T_0} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{r}{N^2} \left(\frac{1}{2H} + \frac{\pi}{Z_T} \cot\left(\frac{\pi z}{Z_T}\right) \right) - 1 - r^2 \mu^2 \right) \hat{\psi} = \frac{gr^2}{C_p T_0 N^2} \frac{d\hat{Q}}{dr} \quad (28)$$

其中， $\frac{g}{T_0} \frac{\partial T}{\partial r}$ 為斜壓性， $\mu^2 = \frac{f^2}{N^2} \left\{ \frac{\pi^2}{z_T^2} + \frac{1}{(2H)^2} \right\}$ 為羅士比變形半徑倒數。

資料內插至圓柱座標後，等壓面之 z 不會改變，(28)式為徑方向之二階常微分方程式，本研究使用 RK4 數值方法由中心處向外積分 $\hat{\psi}$ 。徑向風使用(2-1)式求得，垂直運動速度使用(2-2)式求得。而溫度趨勢須由(4)將斜壓性貢獻考慮：

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{Q}{C_p} - \frac{T_0 N^2 e^{\frac{z}{H}}}{g} \frac{\partial(r\psi)}{r \partial r} - e^{\frac{z}{H}} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (29)$$

本研究分為以下四種情境討論非絕熱加熱與斜壓性之影響。

- CASE 1：徑方向非絕熱加熱只均勻分布於眼牆、無斜壓性

依第二章簡化方式討論原始理想化模式與 WRF 模式差異。

- CASE 2：非絕熱加熱有徑方向分布、無斜壓性

比較加入非絕熱加熱複雜性後，其結果與 WRF 模式縮小的程度。

- CASE 3：非絕熱加熱有徑方向分布、斜壓性均勻分布於全颱風

討論加入最簡單斜壓性，其結果是否較 CASE 2 接近 WRF 模式。

- CASE 4：非絕熱加熱有徑方向分布、斜壓性徑方向均勻分布於眼牆

由於颱風為一相當正壓結構，其斜壓性大多集中於眼牆，因此本情境給予簡單斜壓性徑向分布，使其結構為四情境中最接近 WRF 模式者，討論其結果是否與 WRF 模式最為接近。

五、非絕熱加熱

颱風內部非絕熱加熱主要為水氣潛熱釋放所貢獻，而本研究使用之 WRF 模式資料為 3 公里網格解析度，假設該解析度已夠細微可以解析積雲發展(Yang et al, 2018)，故以雲微物理參數法之加熱(H_DIABATIC 變數)做為非絕熱加熱。本研究將討論徑方向非絕熱加熱只均勻存在於眼牆中、非絕熱加熱有徑向分布對理想化模式與 WRF 模式結果之影響程度。

徑方向非絕熱加熱只均勻存在於眼牆中時，可以(16)式表示，其 Q_1 為該高度眼牆區域切方向、徑方向非絕熱加熱值平均；非絕熱加熱有徑向分布時，須以數值方法計算(28)式，其 $\frac{\partial \bar{Q}}{\partial r}$ 使用非絕熱加熱取徑方向微分。

各情境使用之非絕熱加熱如圖 3-10 及圖 3-11。10 UTC 與 17 UTC 大部分非絕熱加熱位於眼牆中，眼牆區域皆包含最大值。眼牆外有較弱之加熱，而 10 UTC 部分較強加熱位於眼牆外區域，因此 CASE 1 之非絕熱加熱失真較為嚴重，可能使其結果與 WRF 模式結果相差較大。

六、斜壓性

依照以上情境設定之斜壓性如圖 3-12 及圖 3-13 所示。無斜壓性時，斜壓性設定為 0；斜壓性均勻分布於全颱風時，將依照(6)式等號右側之 $\frac{g}{T_0} \frac{\partial T}{\partial r}$ 計算(T 為切方向平均溫度)，後將其對徑方向與垂直方向平均而得。斜壓性均勻分布於眼牆時，一樣依照上述方式計算，但只選擇位於眼牆內之格點。

參、分析方式

下章主要分兩節討論，第一節將列出徑方向-垂直方向之 WRF 模式、理想化模式結果與差異，討論兩者結構上之異同。第二節使用方均根誤差(Root-mean-square Error, RMS)及標準化方均根誤差(Normalized

Root-mean-square Error, NRMS)定量討論各變數於各高度及整體之表現。

本研究討論之垂直運動速度、徑向風、溫度趨勢資料處理方式如下。垂直運動速度直接內插至圓柱座標。徑向風待選取颱風中心位置後，風速風向內插至圓柱座標，取徑方向分量。溫度趨勢取該時間點前後 10 分鐘之 WRF 模式資料，內插至圓等壓面計算其中差分，再內插至圓柱座標。而一節討論徑方向-垂直方向結構，將以上參數取切方向平均，作為處理後 WRF 模式之結果。

而本研究使用之方均根誤差表示如下：

$$\text{RMS}(\text{Model}, \text{WRF}) = \sqrt{\frac{\sum [r(\text{Model} - \text{WRF})]^2}{\sum r^2}} \quad (30)$$

Model 為理想化模式該變數之結果，WRF 為 WRF 模式該變數切向平均之結果。由於內插至圓柱座標的格點會隨中心距離 r 增大而鬆散，因此計算方均根誤差時須給予 r 方向權重以考慮每格點所代表的區域大小。以方均根誤差討論整體誤差時，為各高度個別使用(30)式計算後垂直方向取算術平均而得。

本研究使用標準化方均根誤差討論各變數於各高度之表現，其定義如下：

$$\text{NRMS}(\text{Model}, \text{WRF}) = \frac{\text{RMS}(\text{Model}, \text{WRF})}{\text{RMS}(\text{WRF}, 0)} \quad (31)$$

$\text{RMS}(\text{Model}, \text{WRF})$ 可表示為理想化模式與 WRF 模式之差異量， $\text{RMS}(\text{WRF}, 0)$ 可表示為 WRF 模式之訊號強度。因此 NRMS 表示兩者差異量與 WRF 模式訊號強度之比值。而當理想化模式訊號微弱(結果接近 0)時，標準化方均根誤差趨近於 1。

第四章 結果及討論

壹、理想化模式與 WRF 模式結果比較

本節將會以徑方向-垂直方向色塊圖討論理想化模式四種情境與 WRF 模式結果垂直運動速度、徑向風、溫度趨勢數值差異與結構特徵異同之處。

一、垂直運動速度

(一)、10 UTC

10 UTC 時間點理想化模式四種情境與 WRF 模式結果及差異如圖 4-1 至圖 4-4 所示，WRF 模式中於 50 至 100 公里處有明顯上升運動，其結構由下而上向外(遠離中心方向)傾斜，於 300 至 400 百帕有大於每秒上升 1.5 公尺之最大值，於主雨帶處(100 至 130 公里)700 百帕以上也有較微弱之上升，而 300 百帕以上之中心處有微弱下沉。

CASE 1 為理想化模式解析解解析出的垂直運動速度，其趨勢與 WRF 模式結果一致皆顯示氣流上升區域底層至高層向外傾斜。上升區集中在眼牆區域，他處無明顯上升或下沉運動，於 300 至 400 百帕存在超過每秒 2.1 公尺之上升氣流，但徑方向之強度較為均勻。比較此二者差異，眼牆區域普遍高估，於靠中心側之 300 至 600 百帕高估較為嚴重，每秒 0.9 公尺以上。眼牆外主雨帶區域 700 百帕以上則有低估，CASE 1 受限於非絕熱加熱只存在於眼牆區域，因此無法描述主雨帶潛熱釋放所帶來的上升運動。

CASE 2 之非絕熱加熱可存在於徑方向所有位置(圖 3-10)，不受限於眼牆區域。其結果與 WRF 模式趨勢一致，上升區由下而上向外傾斜，於 350 至 450 百帕有超過每秒 2.7 公尺之上升，該結果也能描述眼牆外主雨帶上升區。比較二者差異，CASE 2 於眼牆區域有高估，350 至 500 百帕處高估達每秒 0.9 公尺以上，而主雨帶處較無 CASE 1 之低估。

CASE 3 及 CASE 4 加入不同斜壓性，其結果與 CASE 2 差異微小，皆有與 WRF 模式一致的傾斜結構，上升區最大處、高估量與 CASE 2 相似，眼牆區底層仍有高估，但高估區域較 CASE 2 狹小。CASE 4 於颱風眼區域出現零星每秒 0.3 公尺以上之下沉高估。

(二)、17 UTC

比較 17 UTC 之結果(圖 4-5 至圖 4-8)，凡那比颱風此時眼牆位置往中心內縮，其眼牆上升區較 10 UTC 符合前述定義之 r_1 及 r_2 間之位置，也有隨高度上升眼牆外擴的特徵，上升速度皆落於每秒 0.3 至 1.5 公尺之間，於眼牆中間至外側有較強上升。於 100 至 120 公里處有一主雨帶上升區，上升速度皆小於每秒 0.9 公尺。除此二處，其他較無明顯垂直運動速度。

CASE 1 結果與 WRF 模式皆有眼牆隨高度向外傾斜的特徵，眼牆區域皆有每秒 0.3 公尺之上升速度，於 400 至 500 百帕有超過每秒 1.5 公尺之最大值，徑方向上升強度均勻。颱風眼區域 500 百帕以下則是有每秒 0.3 公尺以上之下沉運動。此結果相較於 WRF 模式，眼牆處內側及外側皆有每秒 0.9 公尺以上之上升高估，與 10 UTC 相同無法描述主雨帶上升區，有每秒 0.3 至 0.9 公尺之低估；颱風眼區域 700 百帕以下及其他零星區域有每秒 0.3 公尺下沉高估。

CASE 2 之結果與 WRF 模式同有眼牆傾斜，各高度皆有每秒 0.9 公尺以上之上升，於 400 至 500 百帕有大於每秒 2.1 公尺之極大值，眼牆中間及外側有同 WRF 模式較強之上升分布。可描述主雨帶之次大上升區，於颱風眼區域 500 百帕以下出現微弱下沉。而 CASE 2 眼牆及主雨帶兩上升區上升速度皆有每秒 0.3 公尺之高估，於眼牆 450 百帕高估較大，颱風眼則是有零星微弱之下沉高估。

CASE 3 及 CASE 4 與 CASE 2 的差異甚小，眼牆皆有隨高度向外傾斜的特徵，較強上升於眼牆中間及外側，同有主雨帶上升，類似 10 UTC 之結果。加

入斜壓性後，眼牆區域之高估量較小，高估區域較為狹窄；對於颱風眼區域則是有較強之下沉高估，CASE 4 之結果 400 百帕以下有每秒 0.3 公尺以上之下沉，與 WRF 模式相比有較廣之颱風眼下沉高估。

綜合以上，CASE 1 可描述眼牆隨高度向外傾斜之現象。CASE 2 增加非絕熱加熱徑向分布，及可描述與 WRF 模式相似的眼牆及主雨帶兩上升區結構，表示颱風內部上升運動主要受非絕熱加熱分布影響。CASE 3 與 CASE 4 增加斜壓性，其效應可改善眼牆區域之高估幅度，但增加颱風眼區域之下沉高估。

二、徑向風

(一)、10UTC

10 UTC 之徑向風如圖 4-9 至圖 4-12 所示。50 公里以外、850 百帕以下有每秒約 13 公尺之較強徑向風入流，高層眼牆外區域則有大於每秒 13 公尺之較強出流，而 800 百帕以上之眼牆區則有相對較微弱之出流，約每秒 1 至 5 公尺，搭配圖 4-1A 眼牆區域之上升運動，可描述颱風底層存在徑向入流並於眼牆區域輻合轉為上升運動，於高層輻散離開颱風之次環流結構。

CASE 1 之 500 百帕以下眼牆區域及眼牆外區域有廣大的入流，往下及往 r_2 位置靠近則入流增強，於底層眼牆區域外側達到大於每秒 13 公尺之入流最大值，而低層之颱風眼區域及高層眼牆外區域有微弱出流。CASE 1 與 WRF 結果差異頗大，雖然兩者底層皆有強入流，但 CASE 1 之入流明顯厚於 WRF 模式，導致 850 至 900 百帕差異較小，600 至 850 百帕有明顯入流高估(即出流低估，藍色)於 800 百帕之眼牆區域外側達約每秒 13 公尺之最大值。眼牆 CASE 1 結果為入流，不同於 WRF 模式之出流，為出流之嚴重低估。另外，CASE 1 無法描述高層眼牆外區域之強烈出流，為低估，量值達每秒 13 公尺以上。回顧(23)式及(20)式，徑向風解析解強度受到高度及非絕熱加熱強度影響，高層接近

對流層頂有較大 z 方向加成，然而凡那比颱風 200 百帕以上之非絕熱加熱已非常微弱，未能延續到對流層頂 90 百帕(圖 3-10)，無法獲得 z 方向加成，因此 CASE 1 高層出流強度微弱。

CASE 2 之眼牆上升區顯示為出流，颱風眼區域無明顯徑向風，眼牆外區域 850 百帕以下有入流，與 400 百帕以上之高層有較強出流，與 WRF 模式結果相似；雖然 CASE 2 之 850 百帕為入流，但其值低估約每秒 3 公尺，眼牆區域之出流部分高度高估每秒 3 公尺。CASE 2 高層之出流最大值於 300 百帕眼牆外區域內側，位置與 WRF 模式位於 200 百帕 200 公里外差別較大，且 400 至 800 百帕眼牆外區域存在異常不固定之入流或出流，導致 800 百帕以上之眼牆外區域有不少高估及低估幅度，於 600 百帕及 300 百帕有每秒 5 公尺以上之高估，於 150 百帕有約每秒 13 公尺之低估。

CASE 3 與 CASE 4 結果與 CASE 2 相似，皆有與 WRF 模式結果相似之眼牆區域出流、颱風眼區域之微弱徑向風、高層強烈出流及低層存在入流。而與 CASE 2 差異較大的 CASE 3，於 800 百帕以下眼牆區域外側至眼牆外區域有更顯著之入流，修正 CASE 2 之底層入流偏弱的問題。而 CASE 3 與 CASE 4 之眼牆區域出流較弱，縮小 CASE 2 於眼牆區域之高估幅度，以 CASE 4 縮小幅度較為明顯。此二結果於 800 百帕以上之眼牆外區域仍有不正常之入流出流交替出現之情形。

(二)、17 UTC

比較 17 UTC 之結果(圖 4-13 至圖 4-16)，其結構與 10 UTC 相似，眼牆區域外側及眼牆外區域有底層入流、高層出流，強度可達每秒 13 公尺；眼牆區域有每秒 1 至 7 公尺之較微弱出流。眼牆區域內縮使該區之出流往內移動，高層出流高度提高至 150 百帕，底層入流厚度則變化不大。可搭配圖 4-5A 建立典型颱風次環流結構。

CASE 1 之 450 百帕以下有廣大入流，隨高度下降而增加，於 900 百帕眼

牆區域外側達接近每秒 21 公尺之最大值。高層 350 百帕以上則有出流，由於非絕熱加熱未能持續至對流層頂 100 百帕(圖 3-11)，其量值微弱，最大值小於每秒 5 公尺，低估高層出流強度達每秒 11 公尺。同 10 UTC 之結果，CASE 1 無法描述眼牆區域之微弱出流，為出流低估；底層過於廣大且過於強烈之入流，高估入流強度每秒 15 公尺以上，至 900 百帕仍有每秒 5 公尺以上之高估。

CASE 2 之高層有達每秒 11 公尺之出流、低層有達 21 公尺之入流、眼牆區域有較微弱之出流，颱風眼無明顯徑向風，與 WRF 模式結果一致。其 800 至 500 百帕之眼牆外區域仍有異常入流出流交替情形，其變動幅度較 10 UTC 大。與 WRF 模式結果相比，颱風眼牆區域 550 至 650 百帕、250 至 450 百帕出流高估約每秒 1 至 7 公尺；底層入流大多高估每秒 5 公尺附近，80 至 130 公里處則是每秒 1 至 5 公尺入流低估；高層出流位置較低，造成 250 至 450 百帕高估、150 百帕低估。

CASE 3 與 CASE 4 結果與 CASE 2 類似，皆有底層入流、高層出流、颱風眼無明顯徑向風、眼牆區域出流等特徵。CASE 3 與 CASE 4 兩者之颱風眼與眼牆兩區入流較弱，減少 CASE 2 於眼牆區域出流高估，但增加颱風眼區域之入流，其中以 CASE 4 較為明顯。而低層入流部分，兩者之 900 百帕 r_2 處皆有大於每秒 21 公尺之入流，導致該處入流量值高估；900 百帕眼牆外入流，CASE 3 較 CASE 2 弱，入流低估，CASE 4 則是過強，5 至 9 公尺高估。

綜合以上結果，CASE 1 無法描述眼牆出流，且對於高層出流描述過弱、低層入流描述過強且過厚。CASE 2 加入非絕熱加熱徑向分布，低層入流、高層出流、颱風眼無明顯徑向風、眼牆出流之 WRF 模式四大特徵皆有描述到。CASE 3 與 CASE 4 加入不同斜壓性使颱風眼、眼牆兩區徑向風減弱，且底層入流增強，其中以 CASE 4 最為明顯。而 CASE 2 至 CASE 4 皆有共同問題，高層出流位置較 WRF 模式結果低。

CASE 2 至 CASE 4 徑向風之流函數受(28)式之 $\frac{d\bar{Q}}{dr}$ 控制，由於非絕熱加熱於 200 百帕

以上減弱，200 百帕以上之 $\frac{d\hat{Q}}{dt}$ 亦小，因此高層出流局限於 200 百帕以下。另外正常颱風次還流為低層入流至眼牆區域上升並於高層出流，而 CASE 2 至 CASE 4 之眼牆外發生異常交錯之入流出流，為數值計算產生之高頻率雜訊。以上兩問題使得 CASE 2 至 CASE 4 之眼牆外區域描述不盡理想，但颱風眼及眼牆兩區與 WRF 模式差異相對較小。

三、溫度趨勢

(一)、10 UTC

10 UTC 溫度趨勢如圖 4-16 至圖 4-20 所示。颱風眼區域有較強升溫，於中心處 200 至 400 百帕達每小時 2.5 度。500 百帕以下之眼牆區域與主雨帶有每小時 0.5 至 1.5 度之降溫，而 150 公里以外則無明顯溫度趨勢。

CASE 1 之 250 至 850 百帕颱風眼與眼牆區域有均勻之升溫，眼牆外區域則無溫度趨勢。與 WRF 模式相比，CASE 1 眼牆升溫相較 WRF 模式之眼牆降溫使該區有較大高估，達每小時 1.5 度以上。而颱風眼區域則是低估升溫幅度，約每小時 1.5 度。CASE 1 無法描述主雨帶之降溫。

CASE 2 於颱風眼與眼牆兩區域內皆有升溫，颱風眼每小時達 1.5 度以上，眼牆區域升溫較強，300 至 400 百帕達每小時 3.5 度之最大值。眼牆外區域有零星每小時 0.5 度之升溫。與 WRF 模式相比，近中心處 CASE 2 升溫較為低估，約每小時 0.5 度至 2.5 度，200 百帕 150 公里內有零星每小時 0.5 度之低估，眼牆外區域出現不少之每小時 0.5 度高估。

CASE 3 與 CASE 4 結果與 CASE 2 相似，眼牆外區域升溫幅度差異不大，但於颱風眼與眼牆兩區升溫幅度提升，以 CASE 4 最為明顯。與 WRF 模式比較，颱風眼與眼牆兩區有更嚴重之高估，CASE 4 之 800 百帕以下可達每小時升溫 4.5 度。兩者 300 百帕有低估，最嚴重位於中心處約每小時 2.5 度。

(二)、17 UTC

17 UTC 溫度趨勢如圖 4-21 至圖 4-24 所示。颱風眼 400 至 600 百帕有較強升溫，達每小時 3.5 度以上，其 200 至 300 百帕則有每小時 2.5 度之降溫，而眼牆區域 500 百帕以下則有每小時 1.5 度之降溫，全颱風溫度趨勢較為零散。

CASE 1 升溫集中於颱風眼及眼牆兩區，200 至 900 百帕皆有升溫，於 500 百帕處有每小時 4.5 度之最大值。與 WRF 模式比較，除中心 400 至 600 百帕，颱風眼及眼牆有顯著之升溫高估，其值可達每小時 4.5 度以上。

CASE 2 升溫集中於颱風眼及眼牆兩區，於 800 百帕升幅最大，達每小時 4.5 度。500 百帕及 800 至 900 百帕之眼牆外區域則有微弱升溫。CASE 2 之溫度趨勢普遍大於 WRF 模式結果，中心處 400 至 600 百帕差異較小，其餘颱風眼、眼牆、眼牆外皆有高估。

CASE 3 及 CASE 4 結果與 CASE 2 相似，眼牆外之升溫幅度變化不大，而在颱風眼及眼牆區之升溫增強，以 CASE 4 最為明顯，其 900 百帕眼牆區域大於每小時 11.5 度之升溫，導致高估更為嚴重。而 CASE 4 於 250 百帕以上出現降溫，此降溫於 WRF 模式高層並不存在，因此造成升溫之低估。

綜合以上結果，CASE 1 至 CASE 4 於颱風眼、眼牆二區皆有明顯升溫之高估，原因與理想化模式假設颱風為軸對稱有關。WRF 模式結果顯示凡那比颱風之溫度趨勢為非對稱結構(圖 4-25 及圖 4-26)，切向平均使得溫度趨勢抵消，WRF 模式結果無顯著升溫。此二時間於颱風中心西側存在北風風切(圖 4-27 及圖 4-28)，東側存在南風風切，表示颱風中心隨高度向西傾斜，高層西側產生正渦度平流促使氣流上升而絕熱冷卻，東側產生負渦度平流使氣流下沉增溫，造成非對稱性。理想化模式未考慮眼牆傾斜造成之額外效應，因此溫度趨勢描述不盡理想。

貳、定量分析理想化模式與 WRF 模式之差異

本節使用方均根誤差衡量該情境理想化模式與 WRF 模式之差異。

一、垂直運動速度、徑向風、溫度趨勢之標準化方均根誤差垂直分布

(一) 10 UTC

如圖 4-29 所示，垂直運動速度之標準化方均根誤差皆小於 1，CASE 1 標準化方均根誤差皆大於 0.7，有高度增加誤差增加之趨勢。CASE 2 至 CASE 4 之 400 百帕以下標準化方均根誤差介於 0.7 至 0.9 之間，750 百帕誤差較小，約 0.6。而高層 250 及 300 百帕標準化方均根誤差小至 0.3，而 200 百帕以上標準化方均根誤差趨於 1。整體而言，CASE 2 至 CASE 4 之標準化方均根誤差大多小於 CASE 1，三者於 400 百帕以上差異不大，400 百帕以下 CASE 2 之誤差較其他二者大，而 CASE 3 與 CASE 4 兩者差異不大。

CASE 1 之徑向風標準化方均根誤差於 600 百帕以上接近 1，其理想化模式訊號已非常微弱接近；600 百帕以下誤差增加至 4 到 7，受其於 750 百帕以下嚴重高估入流所致。CASE 2 至 CASE 4 之間趨勢一致但標準化方均根誤差大小並無絕對大小關係，三者於 700 百帕以上部分高度誤差較 CASE 1 大，受其於眼牆外區域之異常入流出流所致。三者於 200、450、550、650 及 800 百帕標準化方均根誤差較小，回顧圖 4-10 至圖 4-12，除了 200 百帕眼牆外區域與 WRF 模式同有出流，450、550、750 及 800 百帕眼牆外區域並無顯著異常大之入流或出流，因此各高度若只考慮颱風眼及眼牆兩區域，方均根誤差有望小至 0.6 附近。

溫度趨勢部分，CASE 1 各高度標準化方均根誤差於 1 附近擺盪，由於此時間點 WRF 模式於颱風中心中高層存在升溫，CASE 1 於 300 至 450 百帕方均根誤差小於 1，250 百帕以上方均根誤差趨近於 1。CASE 2 至 CASE 4 之趨勢大致一致，其於颱風眼與眼牆兩區之大幅高估使 450 百帕以下標準化方均根

誤差大於 2，850 百帕誤差最大；而 200 百帕以上訊號微弱，標準化方均根誤差趨於 1。

(二)、17 UTC

如圖 4-30 所示，CASE 1 垂直運動速度標準化方均根誤差浮動於 0.8 附近，於 250 百帕較小，約 0.6。CASE 2 至 CASE 4 標準化方均根誤差皆小於 CASE 1 所有高度約 0.1 至 0.3。同樣於 250 百帕誤差較小，其上誤差收至 1 附近。而 CASE 2 至 CASE 4 之 350 百帕以下，CASE 2 之標準化方均根誤差較大，CASE 3 與 CASE 4 較無一致誤差大小關係，350 百帕以上三者結果一致。

徑向風 CASE 1 至 CASE 4 標準化方均根誤差大多大於 1。CASE 1 之趨勢較為平滑，於 500 至 700 百帕有大於 2 之誤差。CASE 2 至 CASE 4，於 500 及 600 百帕有達 10 之較大誤差，其原因即眼牆外區域之異常入流出流，其值較 10 UTC 大。450、550 及 650 百帕之眼牆外之異常入流出流較其他高度弱，標準化方均根誤差仍有 2 至 4。

溫度趨勢 CASE 1 至 CASE 4 標準化方均高誤差皆大於 1。400 百帕理想化模式 4 種情境皆有 3 之標準化方均根誤差。300 百帕以上四者誤差分散無一定趨勢，以 CASE 4 誤差最大。450 百帕以下颱風眼與眼牆有高估情形，加入斜壓性者高估更為嚴重，整體而言誤差以 CASE 4 最大。

綜和以上之結果，垂直運動速度、徑向風、溫度趨勢於 200 百帕以上其標準化方均根誤差收斂至 1，其原因為非絕熱加熱於此高度以上減弱，無論是 CASE 1 解析解使用之 Q_1 及 CASE 2 至 CASE 4 數值解使用之 $\frac{d\bar{Q}}{dr}$ 皆減小，使訊號減弱，標準化方均根誤差收斂至 1。垂直運動速度，加入非絕熱加熱於徑方向分布，能大幅改善理想化模式對 WRF 模式之描述，而增加斜壓性能小幅度減少理想化模式與 WRF

模式數值差異，而斜壓性的徑方向分布的影響不大。徑向風部分，眼牆外區域之異常入流出流導致標準化方均根誤差增大，若無發生異常入流出流，如 10 UTC 450 百帕，其方均根誤差可小至 0.6，即颱風眼與眼牆之誤差貢獻較小。溫度趨勢部分，CASE 2 至 CASE 4 颱風眼及眼牆之大幅升溫高估，使方均根誤差比 WRF 模式訊號大上數倍，表現最好的反而是最簡單的 CASE 1 情境，高估幅度較少使誤差較低。

二、垂直運動速度、徑向風、溫度趨勢之整體方均根誤差

10 UTC 及 17 UTC 徑方向與垂直方向整體方均根誤差如表 4-1 及 4-2 所示。垂直運動部分，兩時間點之 CASE 1 較 CASE 2 至 CASE 4 之方均根誤差大，相差達每秒 0.03 公尺以上，而 CASE 2 之方均根誤差較 CASE 3 與 CASE 4 大約 0.005。因此，加熱入非絕熱加熱之複雜性可改善理想化模式對於整體垂直運動速度之結果，而加入不同斜壓性結構對於整體垂直運動速度無明顯改善。徑向風於 10 UTC 之 4 種情境結果差異不大，17 UTC 則是 CASE 1 方均根誤差較其他情境小每秒 1 公尺以上，整體而言 4 種情境方均根誤差皆大。溫度趨勢 CASE 1 之方均根誤差則較其他情境小每小時 0.2 至 0.4 度，斜壓性的加入使得方均根誤差提高，最簡單之 CASE 1 情境誤差最小。

比較兩表方均根誤差，17 UTC 之垂直運動速度四種情境較 10 UTC 皆有下降，幅度為每秒 0.01 至 0.02 公尺。徑向風 CASE 1 方均根誤差下降，CASE 2 至 4 則因眼牆外異常入流出流增強而使方均根誤差上升，但整體誤差皆高。溫度趨勢誤差整體增加每小時 0.2 度。凡那比颱風 17 UTC 之軸對稱性比 10 UTC 高，較接近理想化模式假設，但整體只有描述較好的垂直運動速度方均根誤差下降，徑向風、溫度趨勢則無下降。

第五章 結論

本研究使用理想化軸對稱颱風模式將颱風分為颱風眼、眼牆、眼牆外三區域討論其垂直運動速度、徑向風、溫度趨勢徑方向、垂直方向之結構。本研究將此理想化模式分為無斜壓性且加熱只均勻分布於眼牆、無斜壓性且加熱有徑向分布、全颱風有均勻斜壓性且加熱有徑向分布、斜壓性只在眼牆且加熱有徑向分布等四種情境模擬，並將其結果與 2010 年凡那比颱風之 WRF 模式結果比較結構與趨勢異同。

垂直運動速度四種情境皆顯示眼牆隨高度增加而向外傾斜。加熱只分布於眼牆者無法描述主雨帶的上升區，因為該情境於無主雨帶非絕熱加熱，且其標準化方均根誤差最大。給予加熱徑向分布可描述 WRF 模式之整體垂直運動速度結構，於眼牆區域略高估上升強度，標準化方均根誤差垂直分布及整體方均根誤差皆會減少，表示颱風上升速度主要受非絕熱加熱分佈影響；給予斜壓性則可以減少眼牆上升高估，但颱風眼之下沉會隨之增強，標準化方均根誤差於對流層中層與低層略為減少，整體方均根誤差也能減少。颱風對稱性上升，能使整體方均根誤差下降。

凡那比颱風於 WRF 模式結果可建立出典型颱風次環流結構：底層入流、眼牆上升、高層出流。加熱只分布於眼牆者高估底層入流且低估高層出流。給予加熱徑向分布，即可描述 WRF 模式結果的底層入流、高層出流、眼牆出流、颱風眼無明顯徑向風之四大特徵，但於眼牆外區域則有異常之入流或出流，因此其標準化方均根誤差於特定高度較大，整體方均根誤差並無減少。加入不同斜壓性結構則能使颱風眼入流增強，眼牆出流或底層入流更接近 WRF 模式結果，整體方均根誤差無顯著差異。

溫度趨勢四種情境皆於颱風眼與眼牆高估，加熱只分布於眼牆者高估最少，給予加熱徑方向分布則使高估量增加，給予斜壓性之高估量最大，標準化方均根誤差垂直分布及整體方均根誤差也隨之增大。

由於 WRF 模式中凡那比颱風溫度趨勢呈非對稱結構，與理想化模式假設颱風為軸對稱結構不同，理想化模式無法描述颱風中心隨高度傾斜所造成的額外效應，導致嚴重高估颱風眼、眼牆、眼牆外之升溫，此為一理想化模式先天限制。因高度 200 百帕以上非絕熱加熱已經非常薄弱，導致理想化模式結果微弱，WRF 模式結果於此高度仍有垂直運動速度、徑向風、溫度趨勢，其量值無法被理想模式描述，為其另一項極限。

未來研究方向，由於 Three-region Model 為求解 Sawyer-Eliassen 方程式解析的簡化方式，而本研究已經使用數值方法，因此可將修正科氏參數給予徑方向分佈可能使理想化模式結果接近 WRF 模式結果。本研究所選之時間凡那比颱風其颱風眼向西傾斜而含有非對稱性，重新選擇水平及垂直方向較接近軸對稱時間，檢視理想化模式與 WRF 模式兩結果差異。熱力變數使用交錯網格可減少數值計算誤差，預期能改善徑向風、溫度趨勢之結果合理性。本研究考慮之斜壓性結構有相當程度簡化，考慮完整斜壓性徑方向與垂直方向變化，解 Sawyer-Eliassen 偏微分方程式也是可能研究方向之一。

參考文獻

Schubert, Wayne H., Christopher M. Rozoff, Jonathan L. Vigh, Brian D. McNoldy and

James P. Kossin, 2007: On the distribution of subsidence in the hurricane eye. *Q. J. R.*

Meteorol. Soc., 133,595-605, doi: 10.1002/

qj.49

Yang, M.-J., Y.-C. Wu, and Y. -C. Liou, 2018: The Study of Inland Eyewall Reformation

of Typhoon Fanapi (2010) Using Numerical Experiments and Vorticity Budget

Analysis. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 123, doi:

10.1029/2018JD028281

表附錄

Case	r_1 (km)	r_2 (km)	f_0/f	f_1/f	f_2/f
A	10	20	141.0	141.0	1.0
B	10	20	41.0	145.2	1.0
C	30	40	71.0	71.0	1.0
D	30	40	14.3	85.3	1.0

表 2 - 1：計算圖 2-2 所使用之參數。 $f = 5 \times 10^{-5} (s^{-1})$ 。

Case	w (m/s)	u (m/s)	$\frac{\partial T}{\partial t}$ (K/hr)
1	0.192	4.706	0.329
2	0.146	5.640	0.576
3	0.141	4.953	0.623
4	0.142	5.500	0.685

表 4 - 1：10 UTC 垂直運動速度 w、徑向風 u、溫度趨勢 $\frac{\partial T}{\partial t}$ 不同情境之整體方均根誤差。

Case	w (m/s)	u (m/s)	$\frac{\partial T}{\partial t}$ (K/hr)
1	0.163	3.780	0.545
2	0.133	5.830	0.733
3	0.128	5.054	0.865
4	0.128	5.949	0.985

表 4 - 2：17 UTC 垂直運動速度 w、徑向風 u、溫度趨勢 $\frac{\partial T}{\partial t}$ 不同情境之整體方均根誤差。

圖附錄

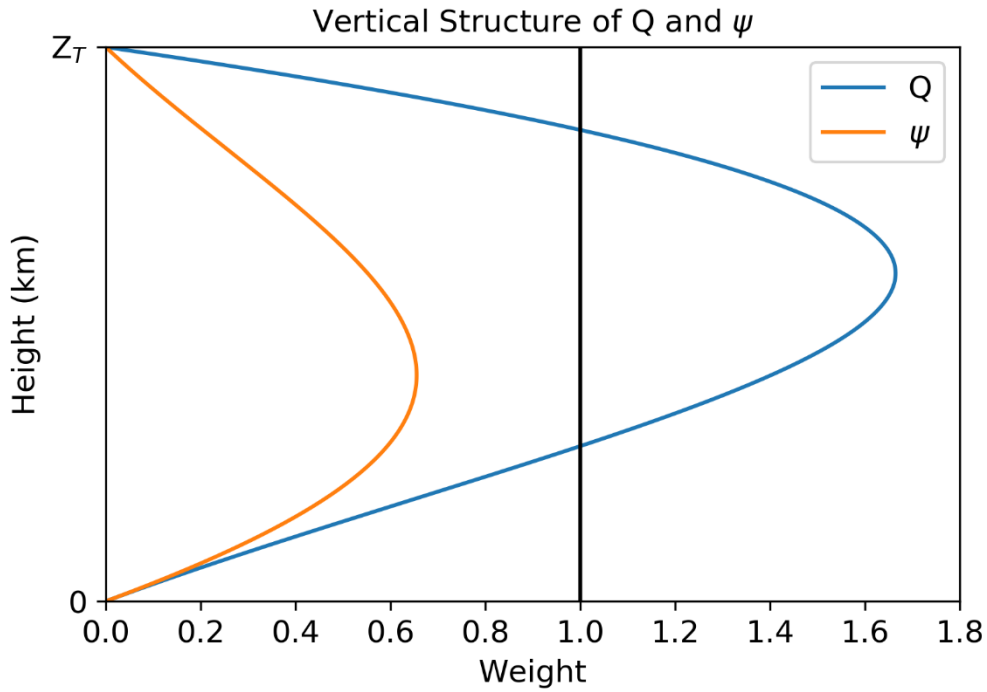


圖 2 - 1：假設之Q與 ψ 垂直方向結構。縱軸0為對流層底高度， Z_T 為對流層頂高度。

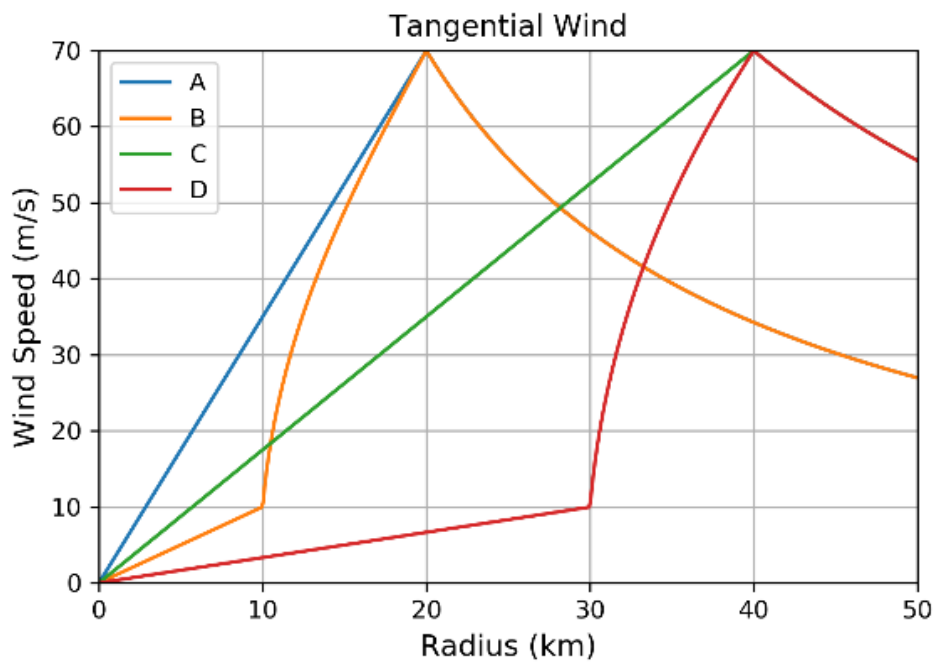


圖 2 - 2：理想化模式可描述之切向風結構。[重製 Schubert et al., 2007 圖 5a]

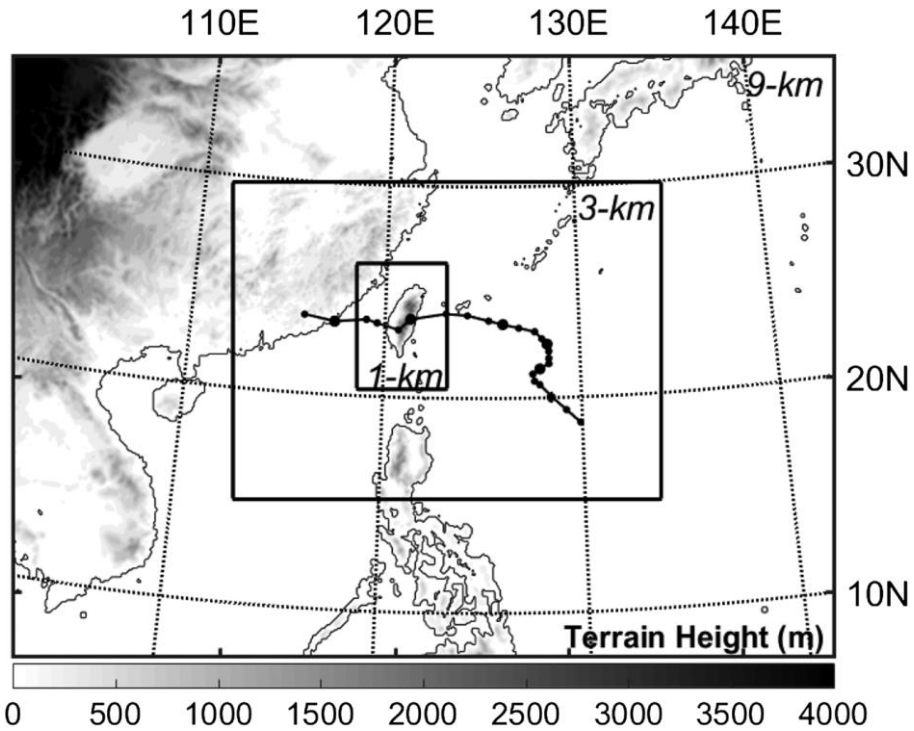


圖 3 - 1：Yang et al. (2018)的 WRF 模式範圍設定。陰影為地形高度。有圓點之實線為聯合颱風警報中心(JTWC)的凡那比颱風路徑。[來源：Yang et al. (2018)]

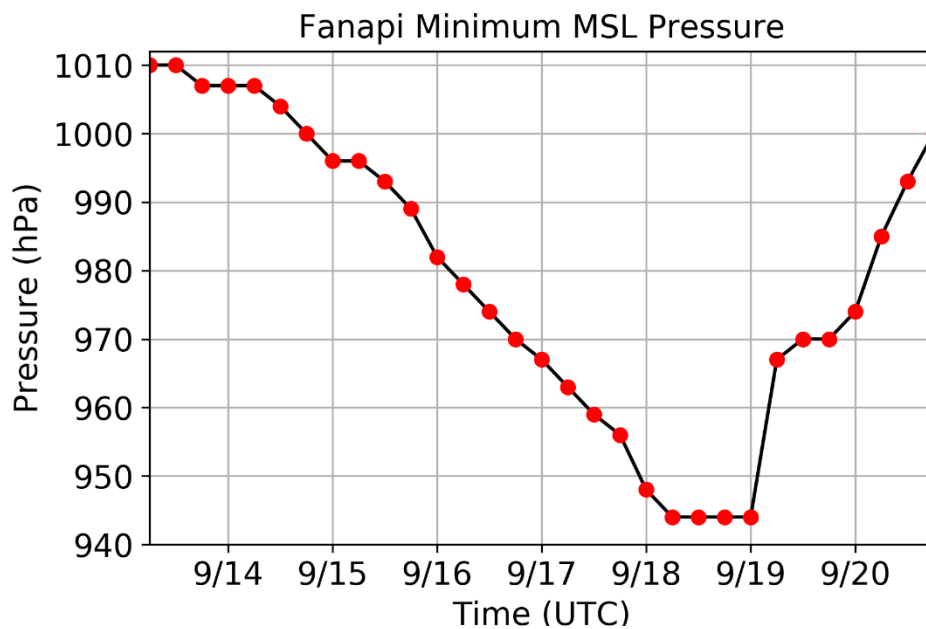


圖 3 - 2：凡那比颱風海平面近中心最低氣壓隨時間變化。[資料來源：JTWC]

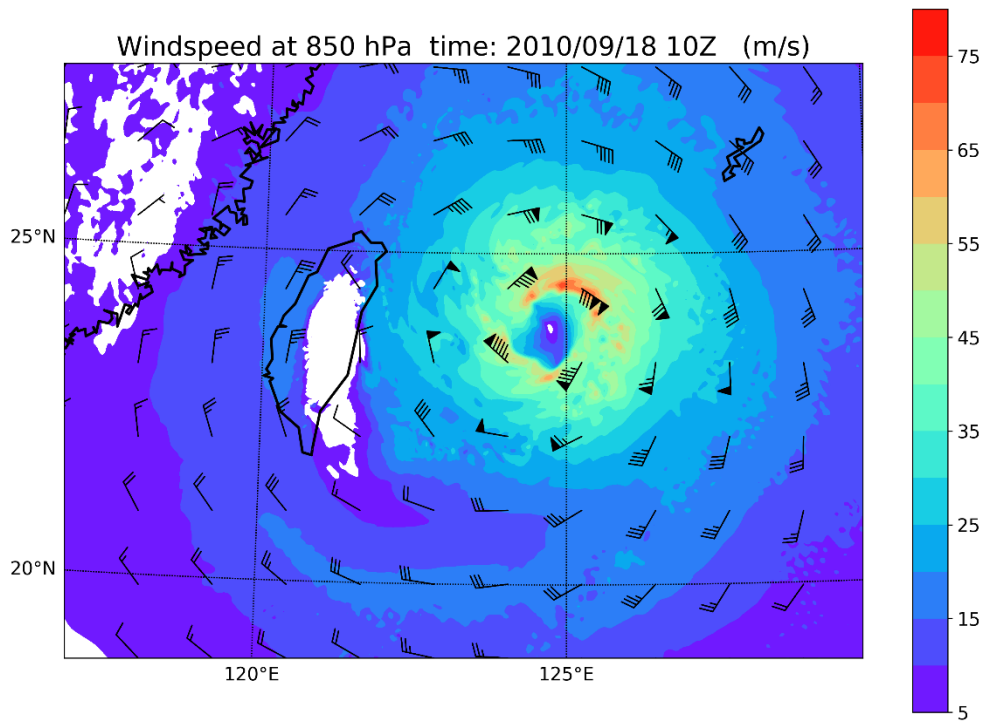


圖 3 - 3 : 2010/9/18 10 UTC WRF 模式模擬之 850 百帕風速(m/s)與風標(kts)。

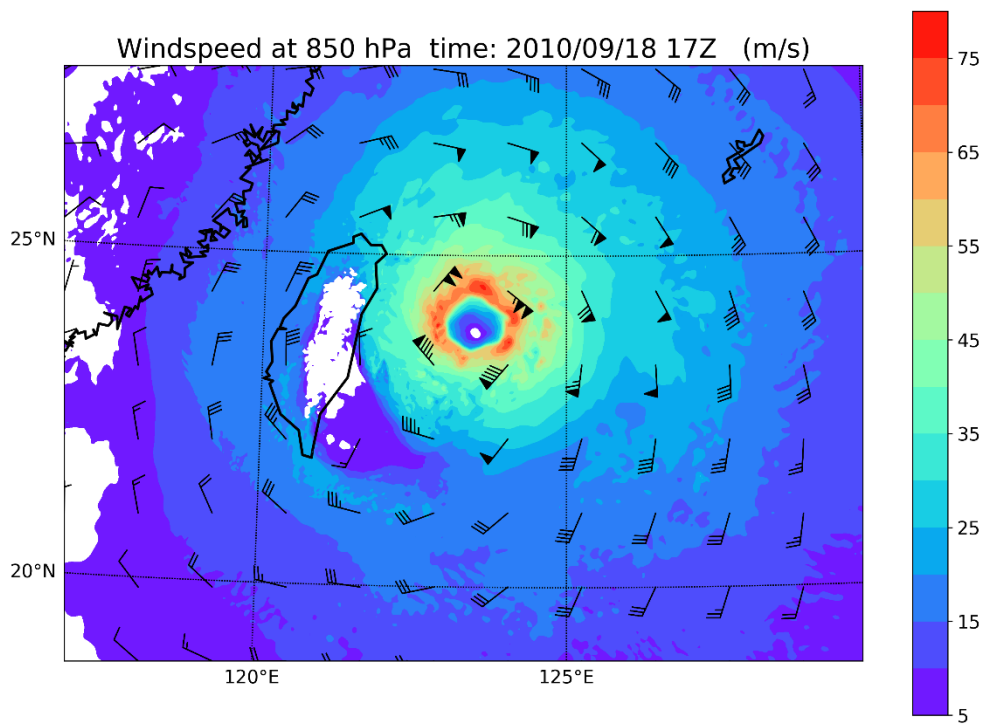


圖 3 - 4 : 2010/9/18 17 UTC WRF 模式模擬之 850 百帕風速(m/s)與風標(kts)。

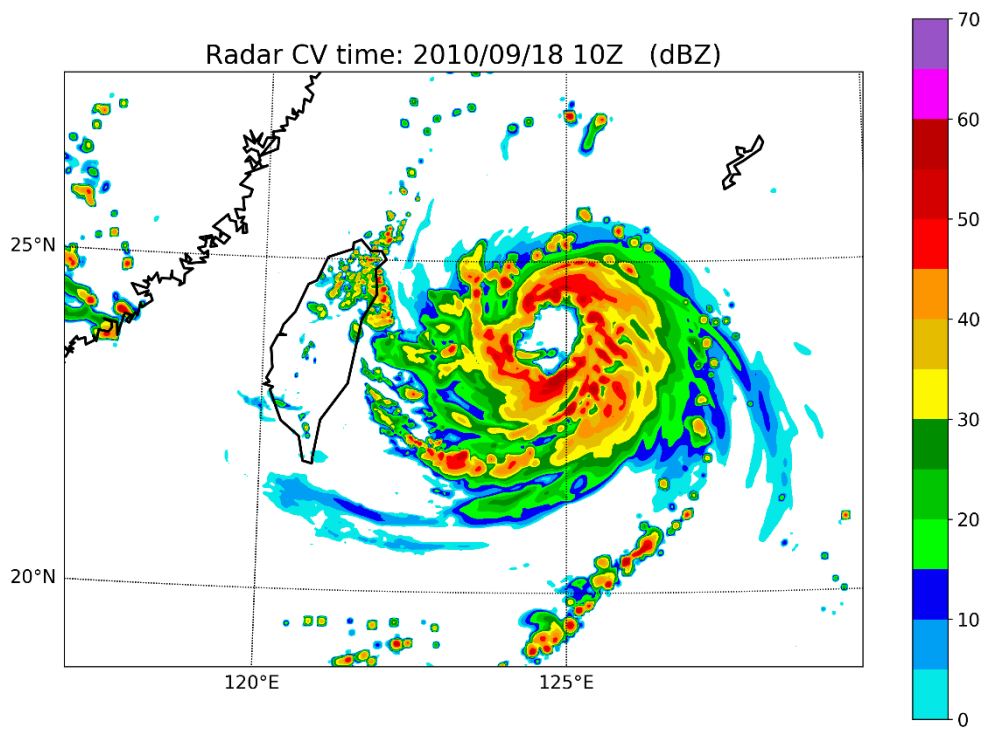


圖 3 - 5 : 2010/9/18 10 UTC WRF 模式模擬之垂直最大雷達回波(dBZ)。

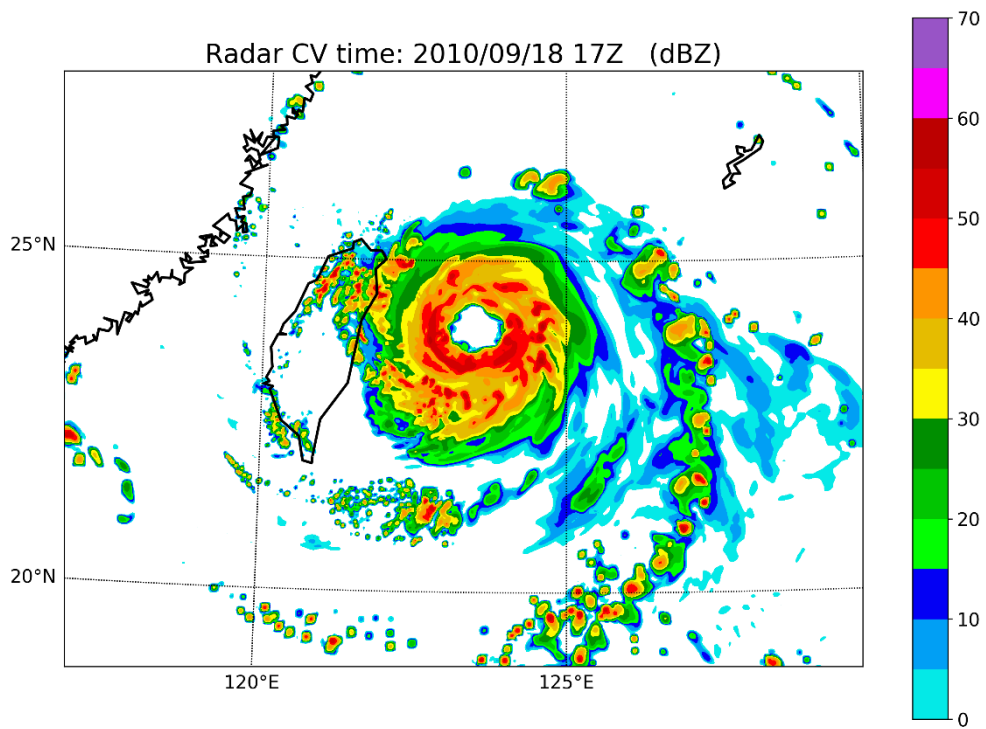


圖 3 - 6 : 2010/9/18 17 UTC WRF 模式模擬之垂直最大雷達回波(dBZ)。

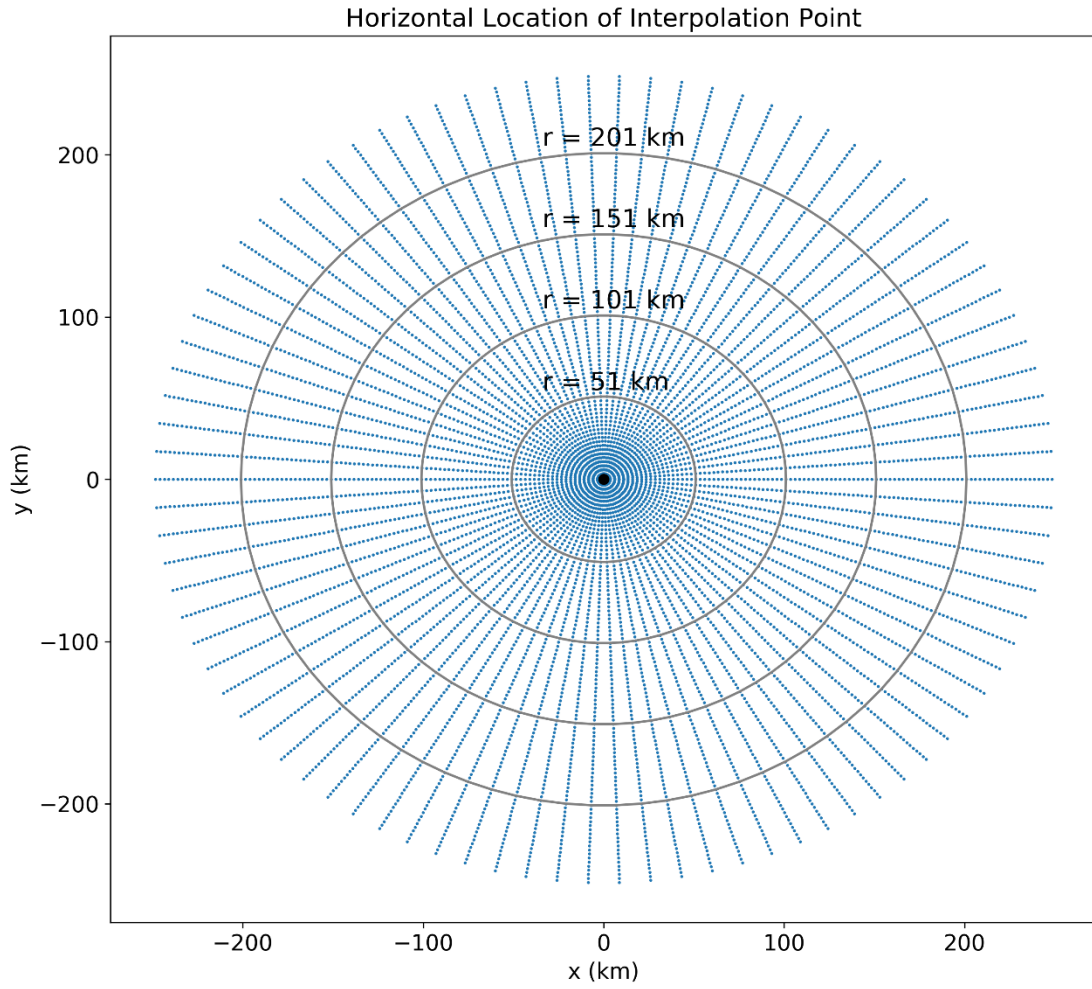


圖 3 - 7：圓柱座標的資料點水平分布。藍點為資料點位置。黑點為颱風中心。縱橫圖軸為相對颱風中心的幾何位置。灰色同心圓為中心距離。

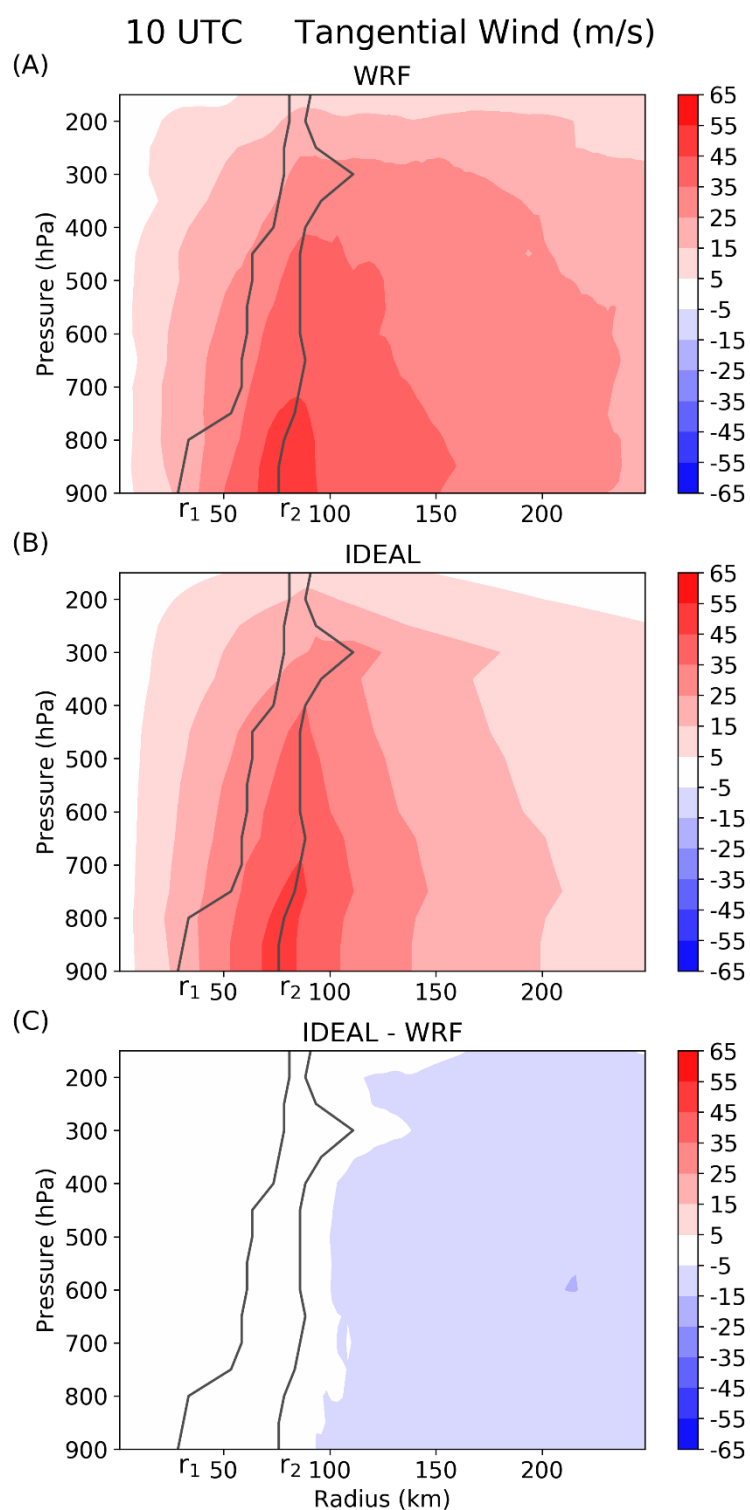


圖 3 - 8：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 切向風之徑方向-垂直方向結構。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式可描述之切向風，C. 理想化模式與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。注意本圖徑方向壓縮變形，非實際颱風寬高比例，本論文所有徑方向-垂直方向結構圖同理。

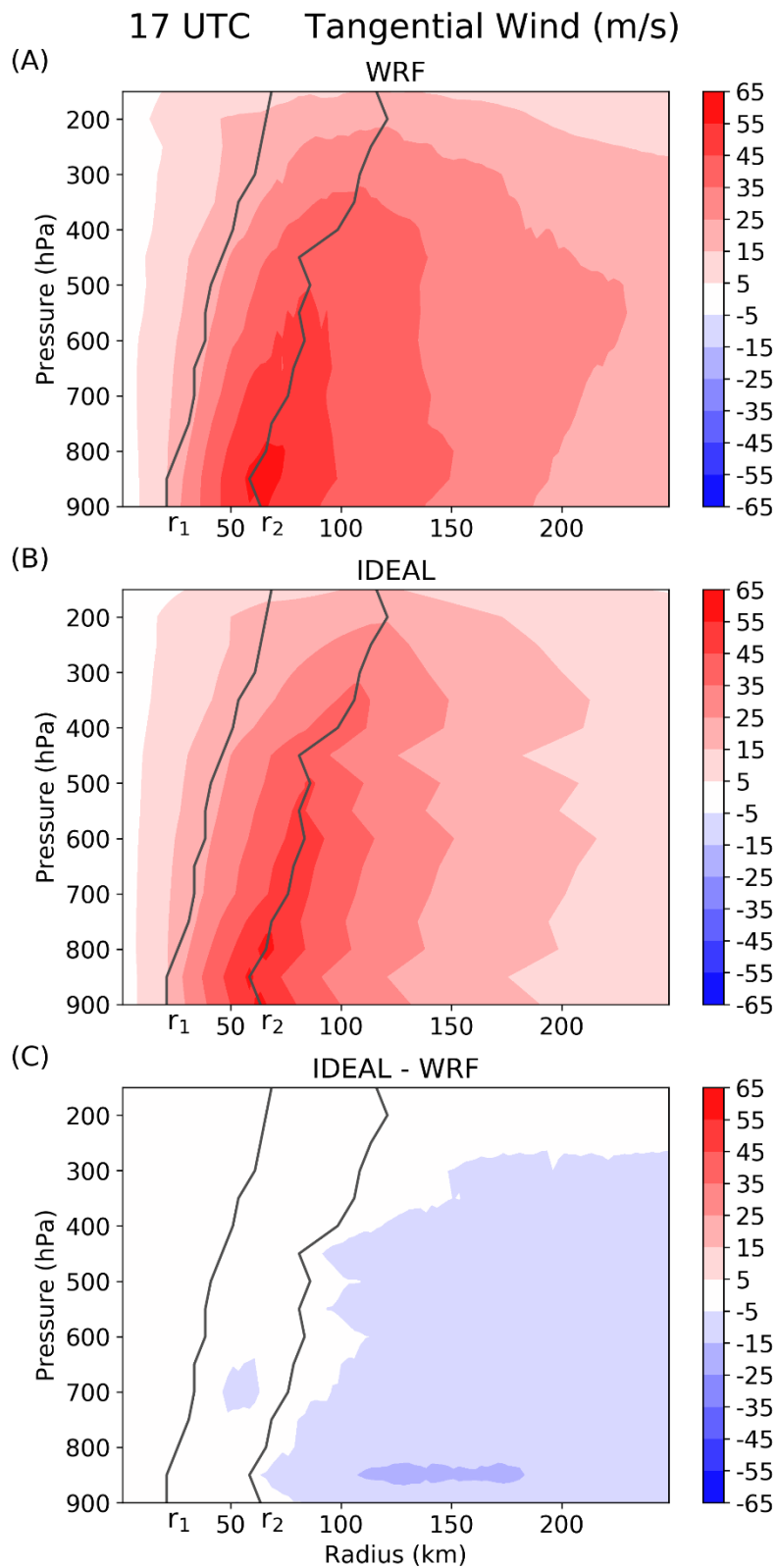


圖 3 - 9：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 切向風之徑方向-垂直方向結構。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式可描述之切向風，C. 理想化模式與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

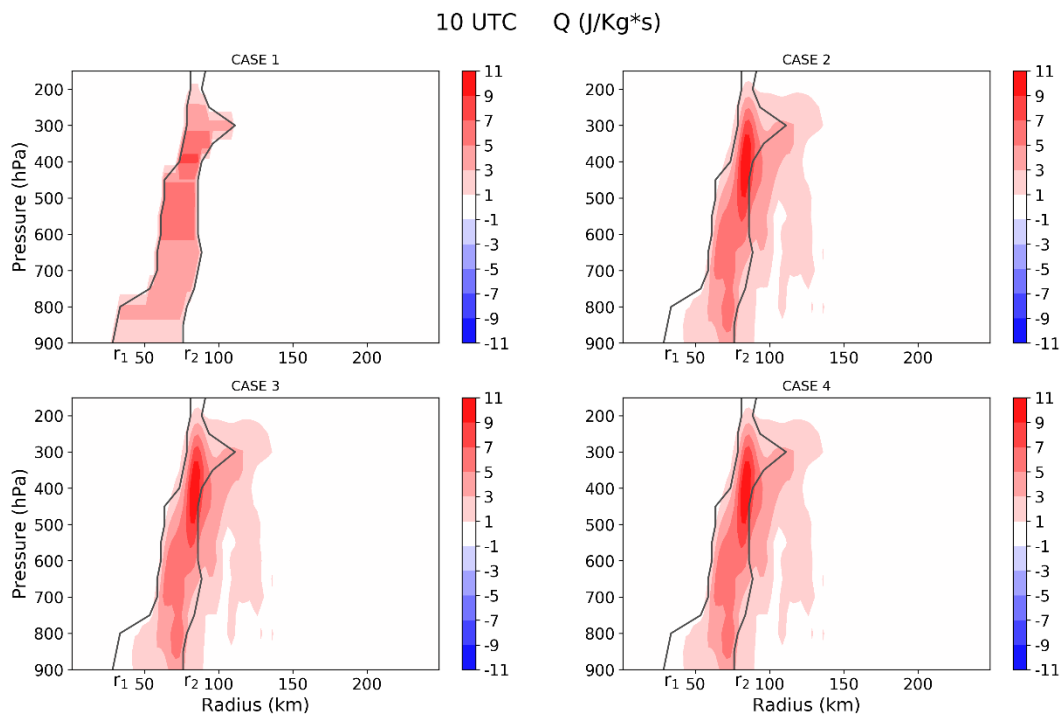


圖 3 - 10：2010/9/18 10 UTC 理想化模式各情境設定之非絕熱加熱徑方向-垂直方向結構圖。灰線為 r_1 、 r_2 所在位置。

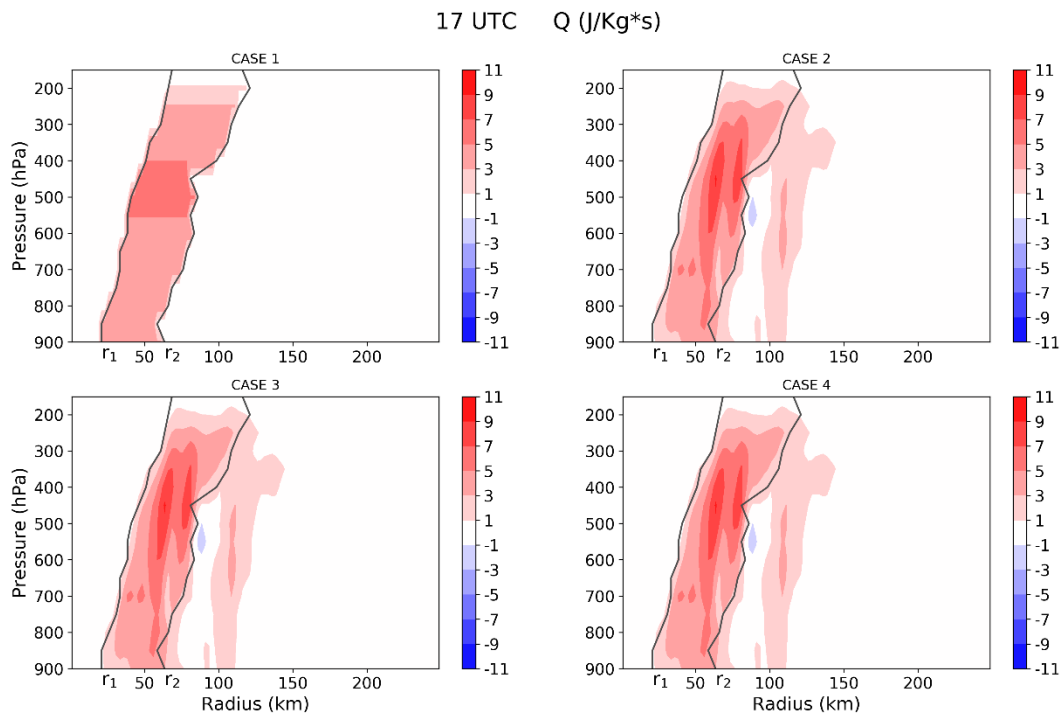


圖 3 - 11：2010/9/18 17 UTC 理想化模式各情境設定之非絕熱加熱徑方向-垂直方向結構圖。灰線為 r_1 、 r_2 所在位置。

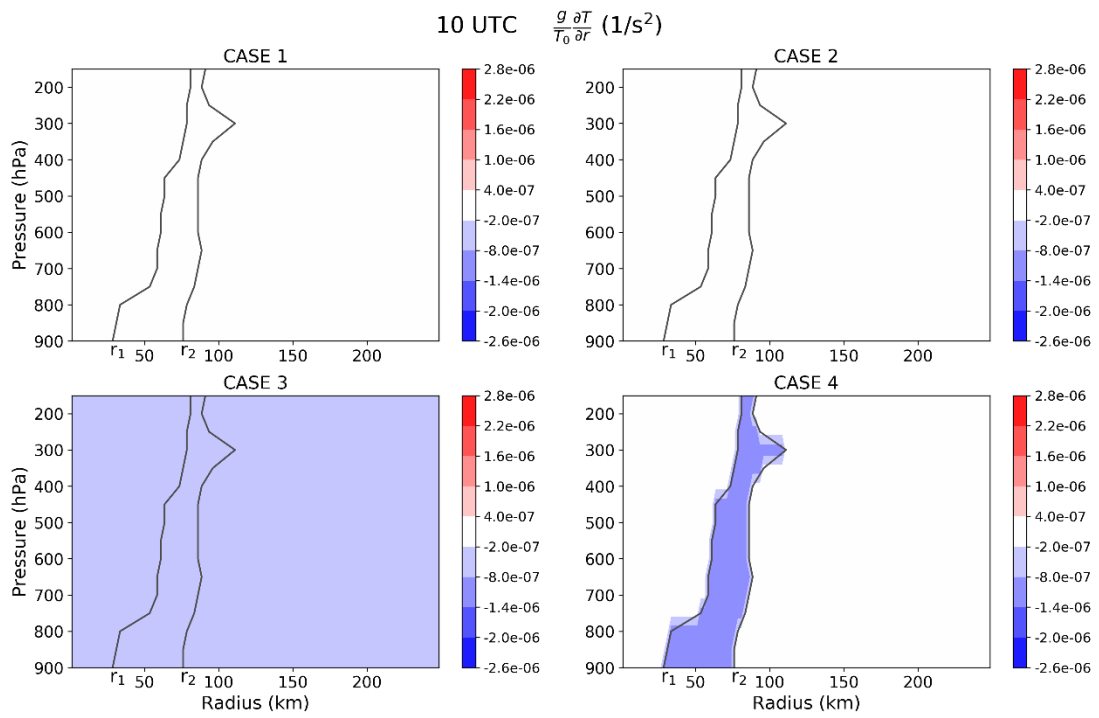


圖 3 - 12 : 2010/9/18 10 UTC 理想化模式各情境設定之斜壓性徑方向-垂直方向結構圖。灰線為 r_1 、 r_2 所在位置。

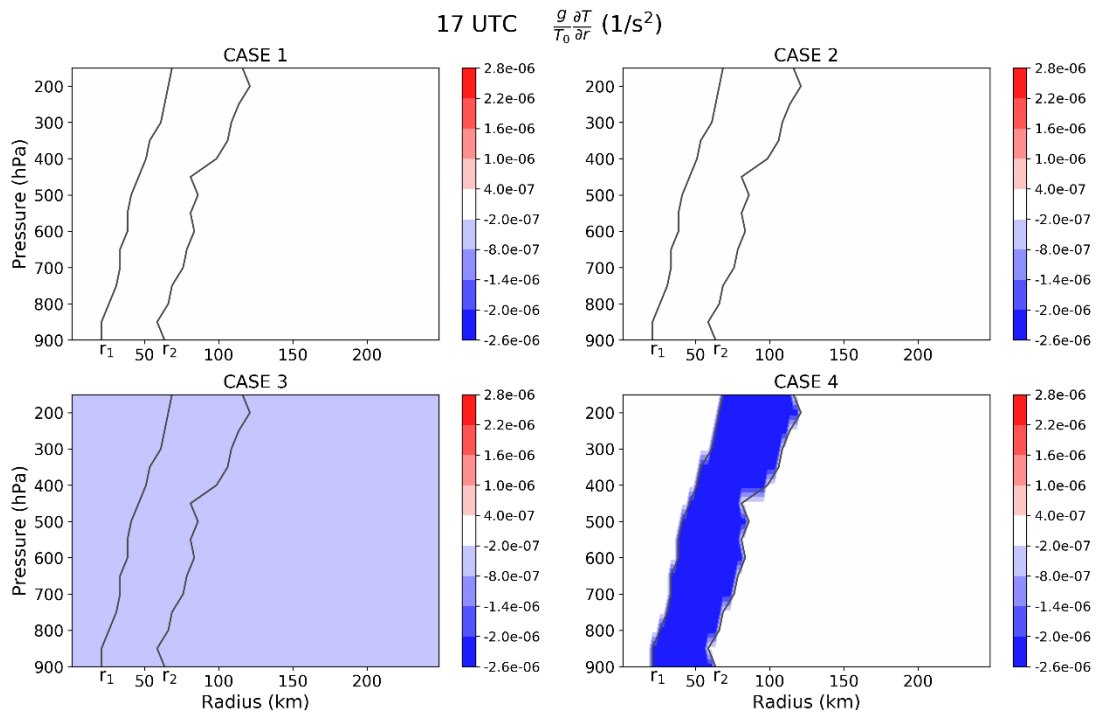


圖 3 - 13 : 2010/9/18 17 UTC 理想化模式各情境設定之斜壓性徑方向-垂直方向結構圖。灰線為 r_1 、 r_2 所在位置。

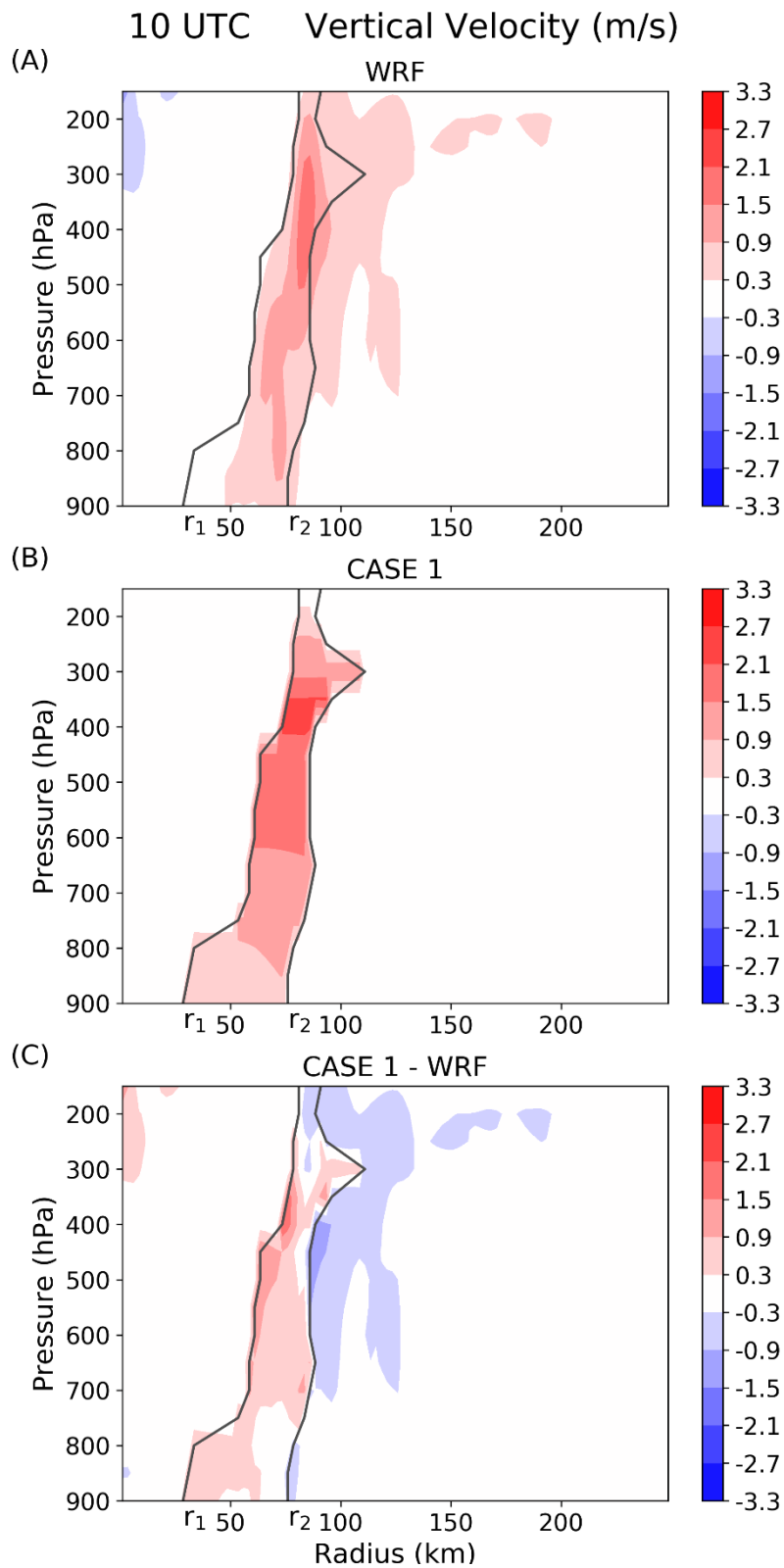


圖 4 - 1：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 1 結果，C. 理想化模式 CASE 1 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

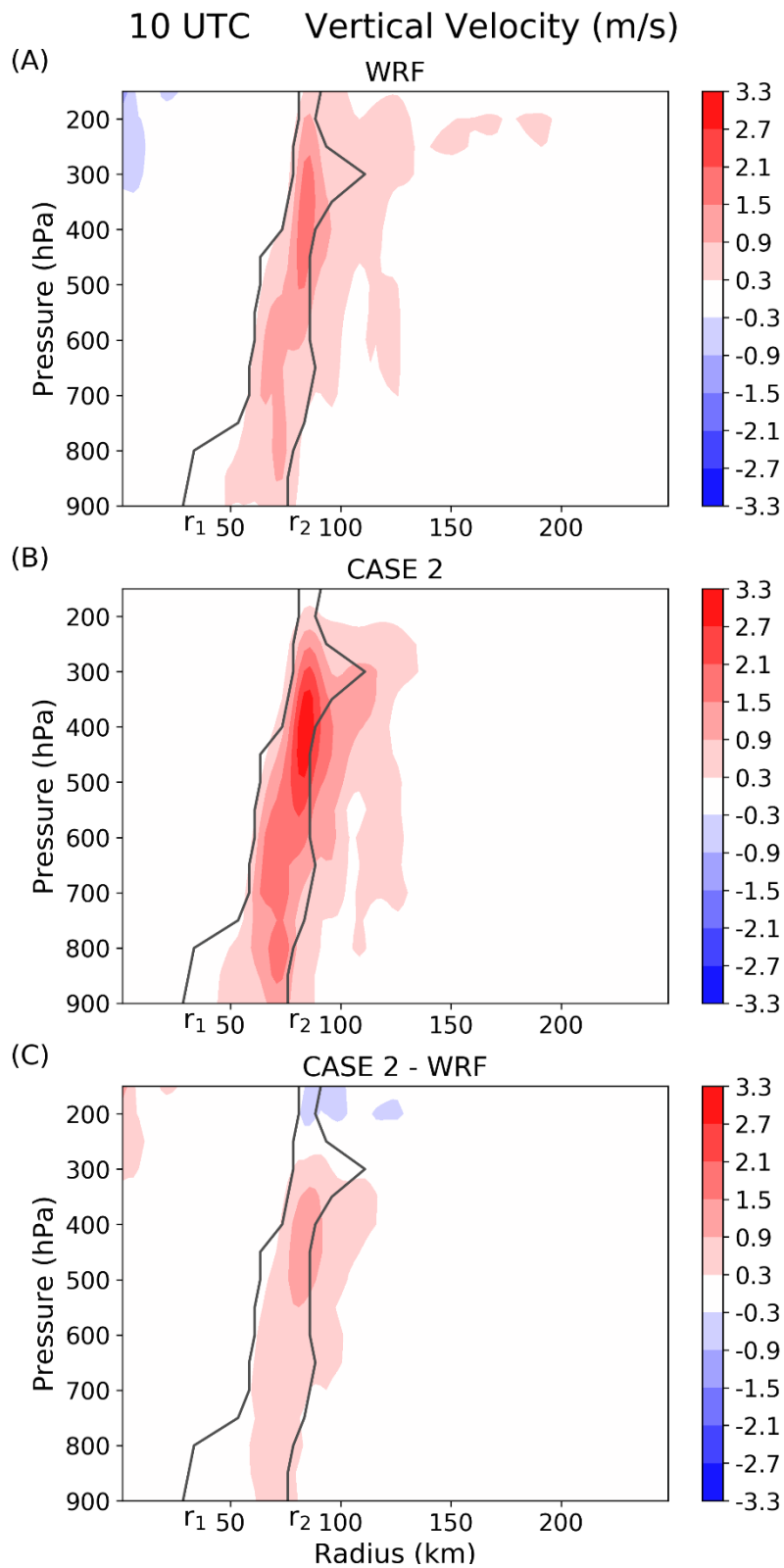


圖 4 - 2：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 2 結果，C. 理想化模式 CASE 2 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

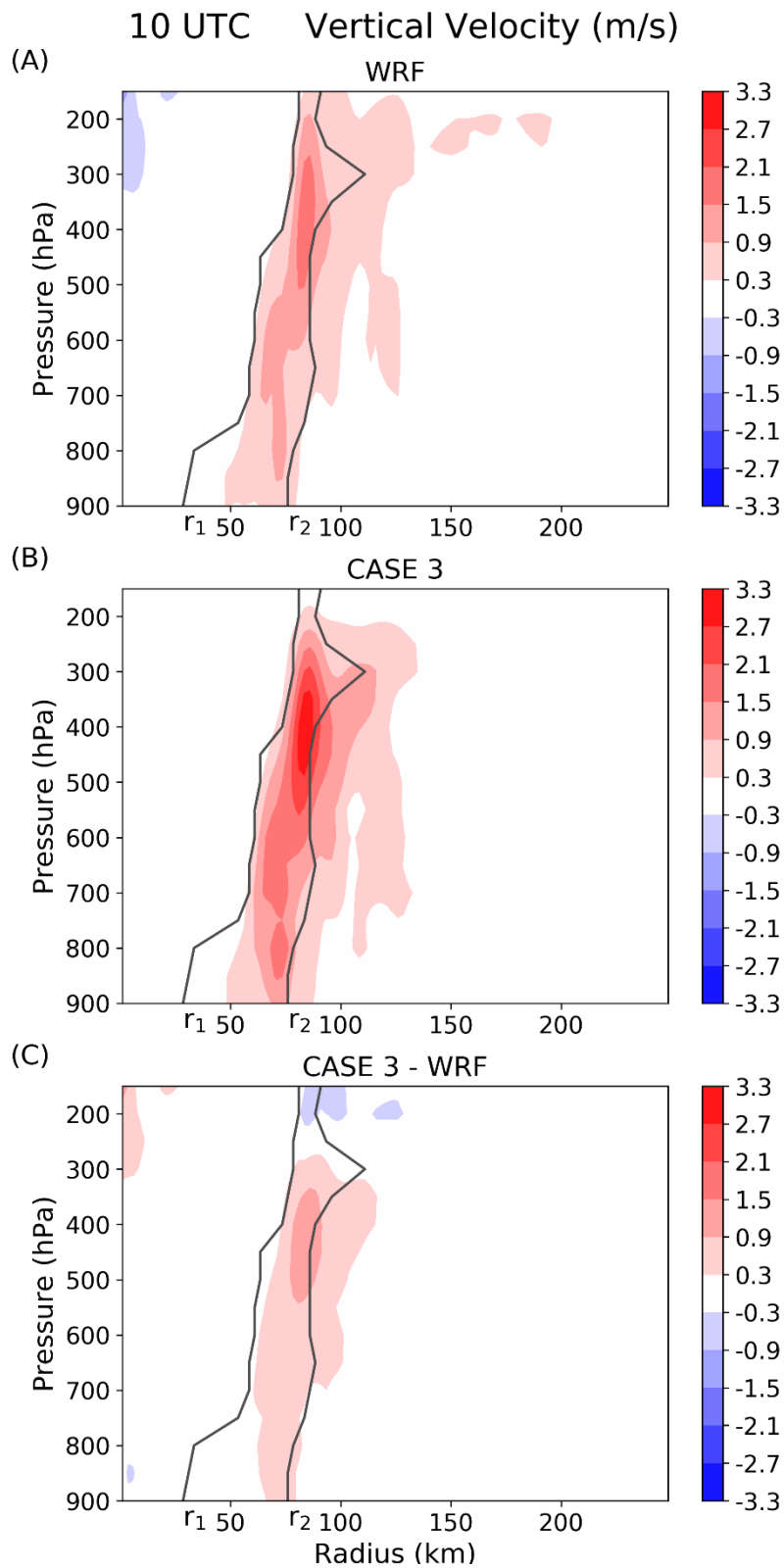


圖 4 - 3：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 3 結果，C. 理想化模式 CASE 3 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

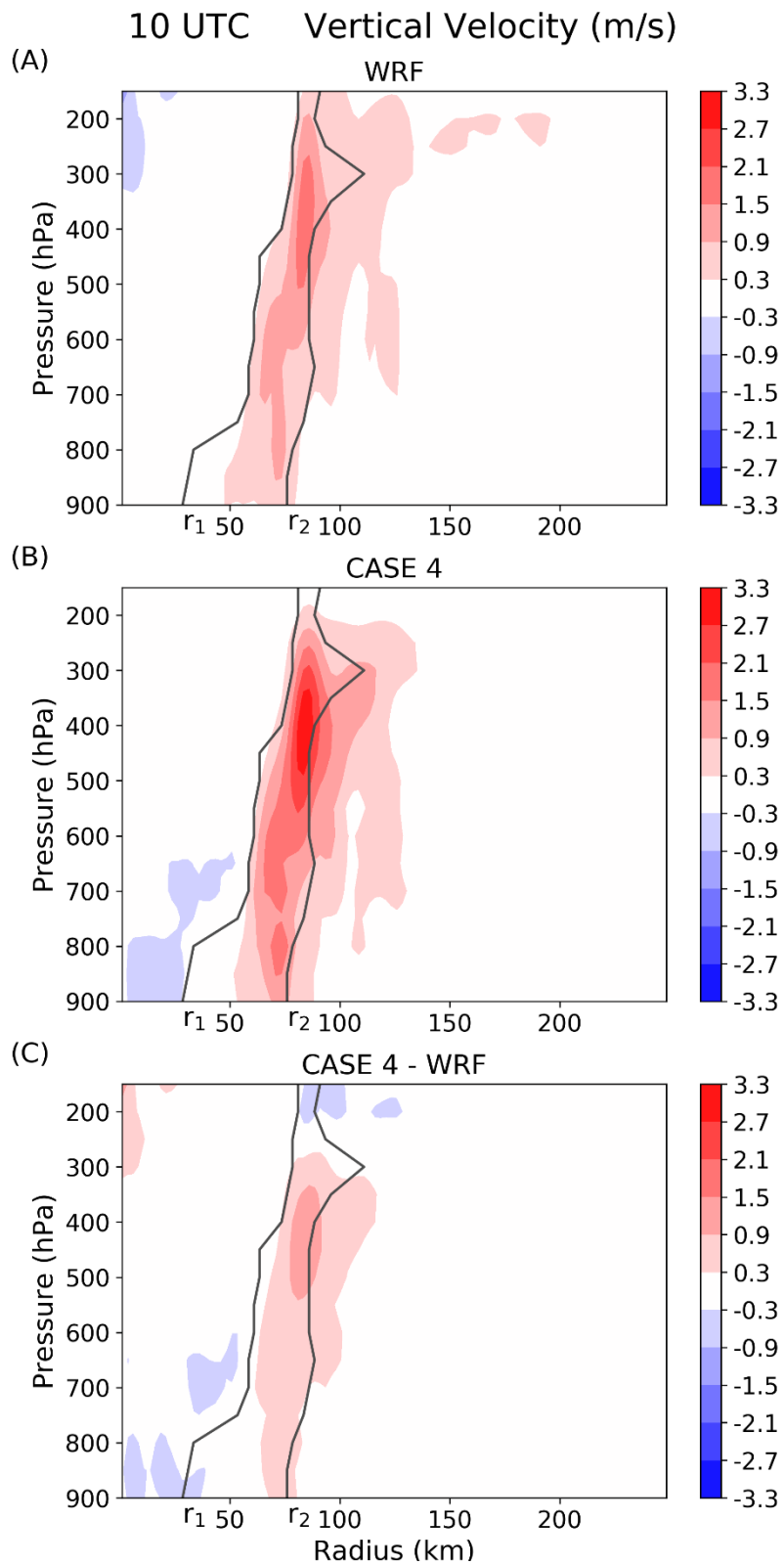


圖 4 - 4：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 4 結果，C. 理想化模式 CASE 4 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

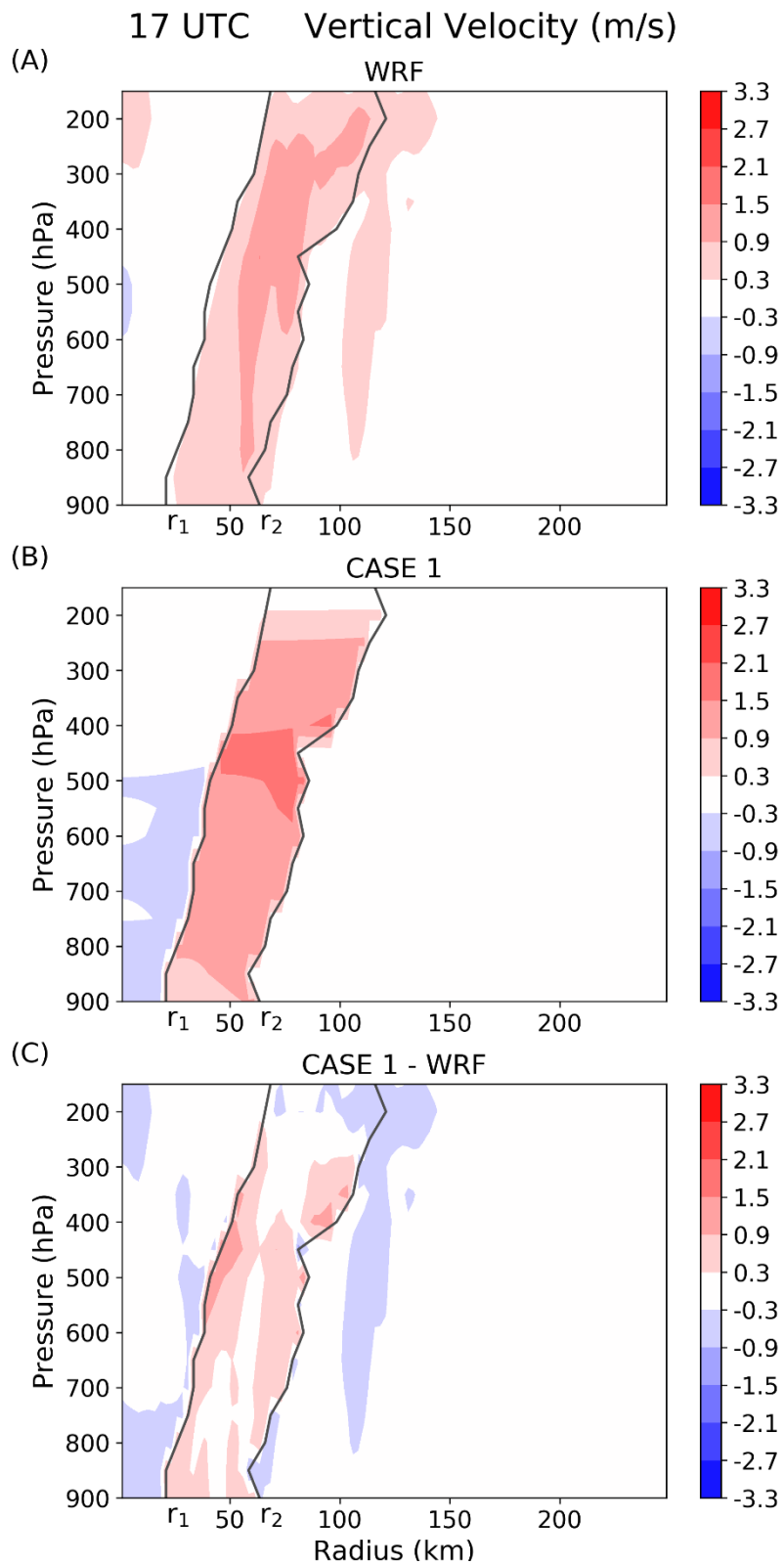


圖 4 - 5：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 1 結果，C. 理想化模式 CASE 1 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

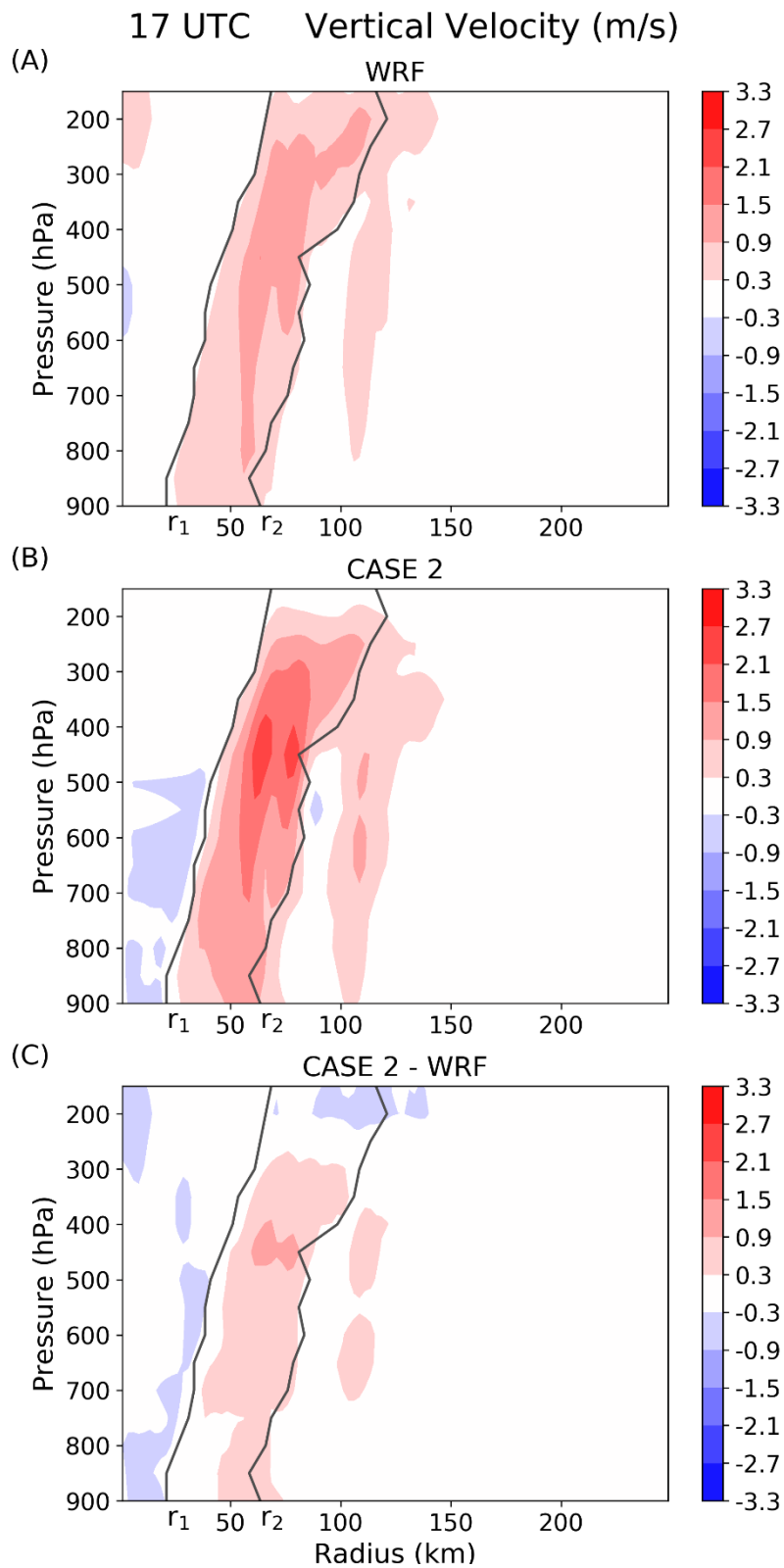


圖 4 - 6：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 2 結果，C. 理想化模式 CASE 2 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

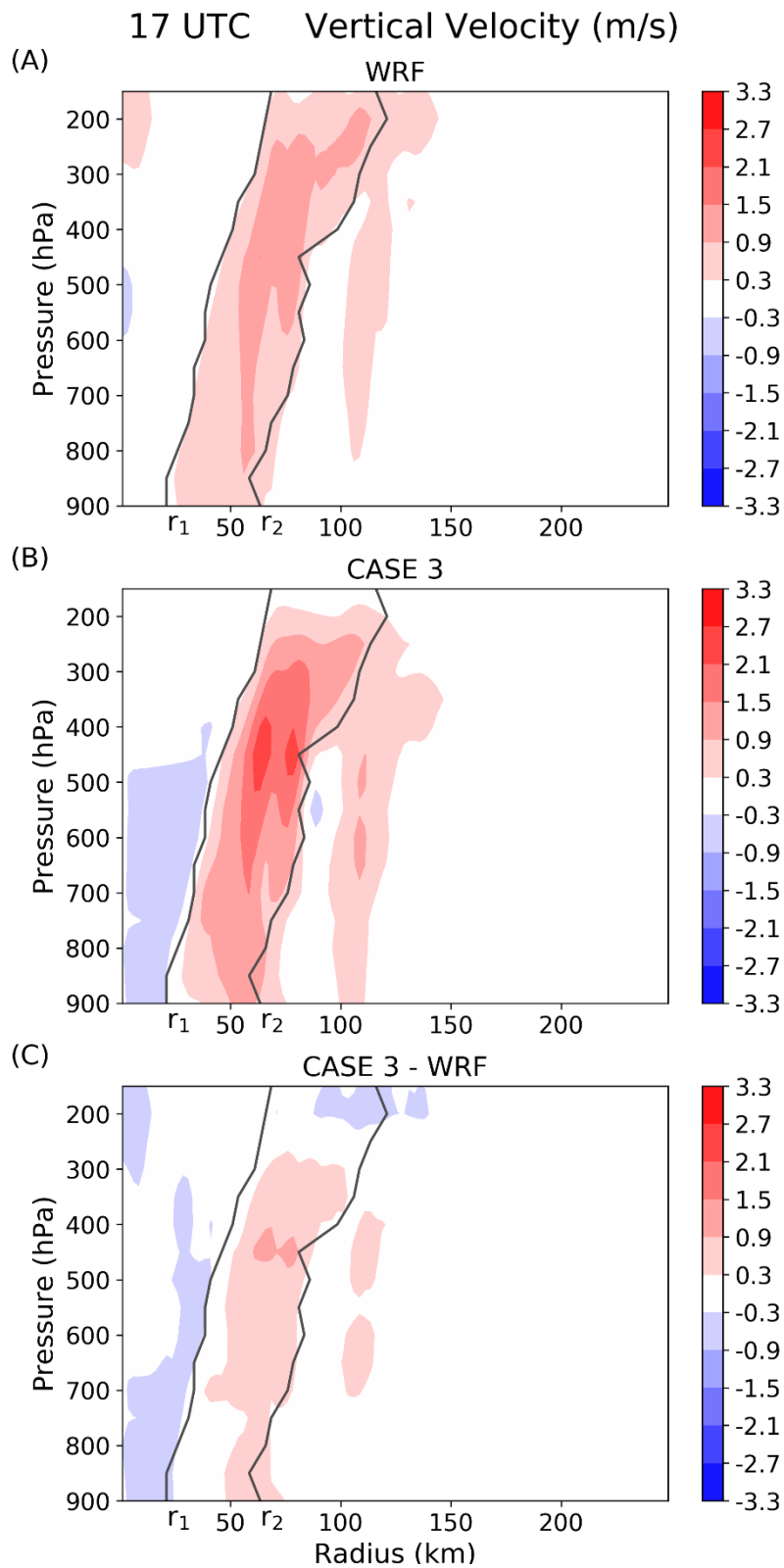


圖 4 - 7：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 3 結果，C. 理想化模式 CASE 3 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

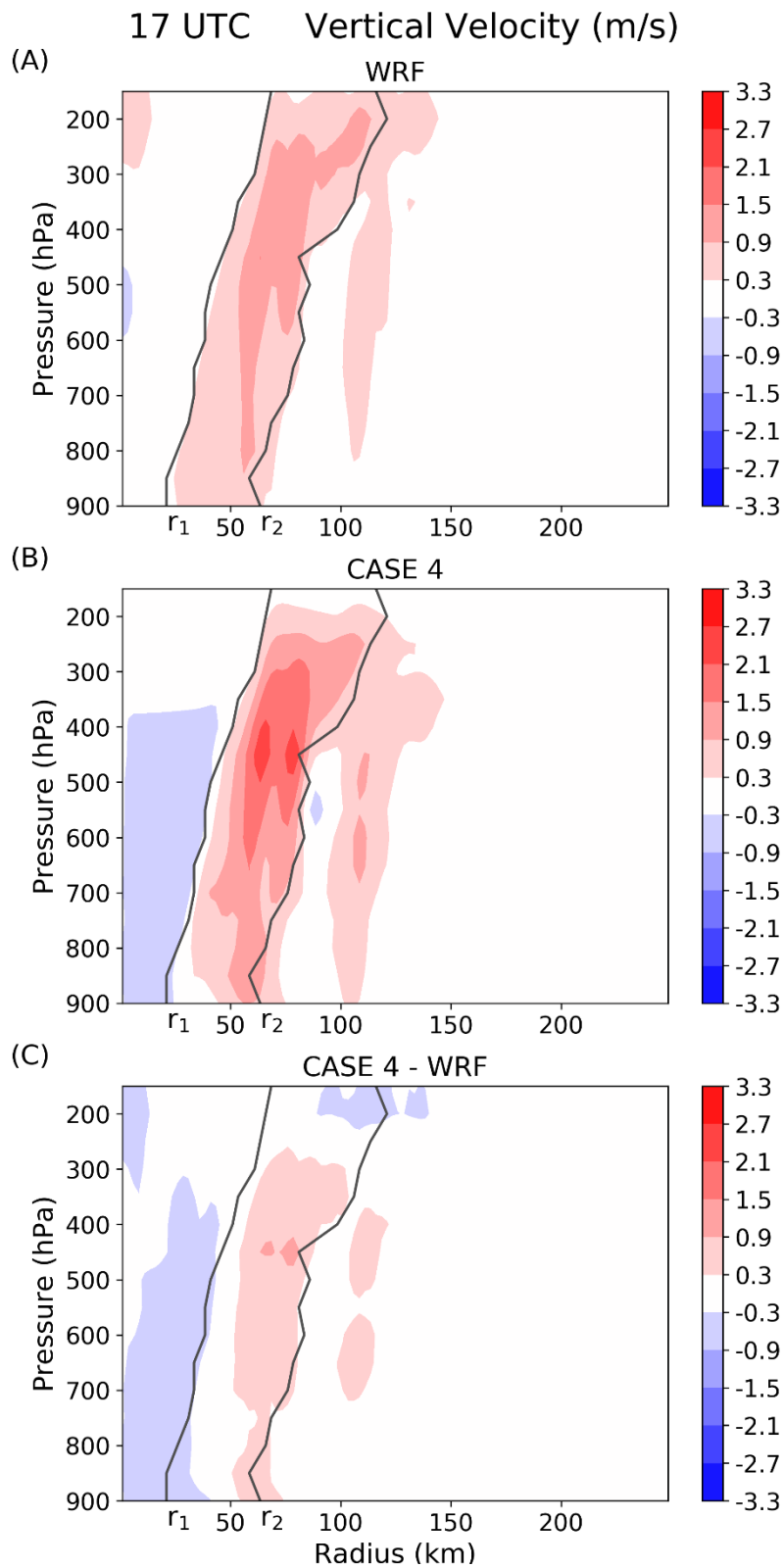


圖 4 - 8：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 垂直運動速度之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 4 結果，C. 理想化模式 CASE 4 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

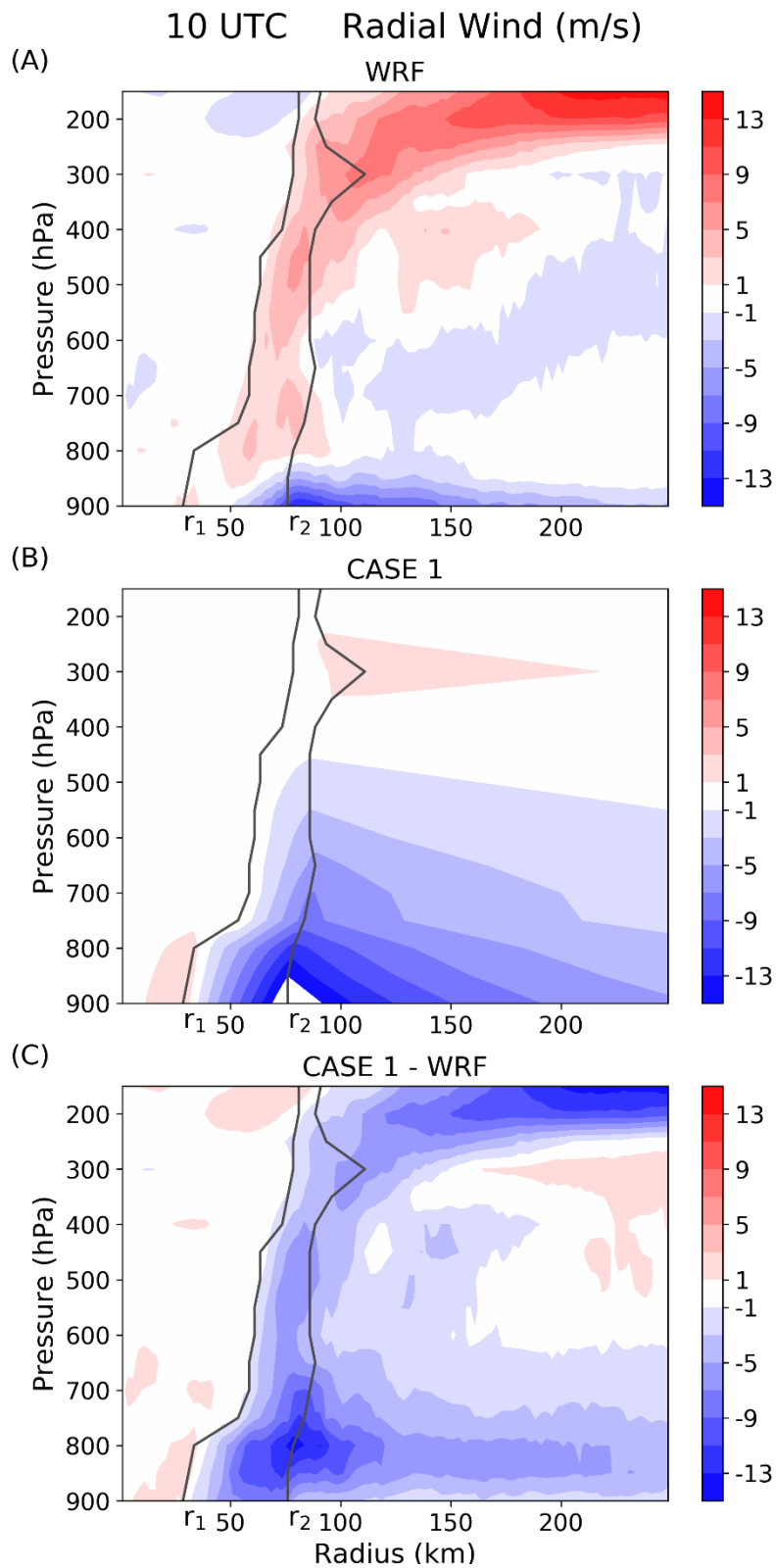


圖 4 - 9：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 1 結果，C. 理想化模式 CASE 1 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

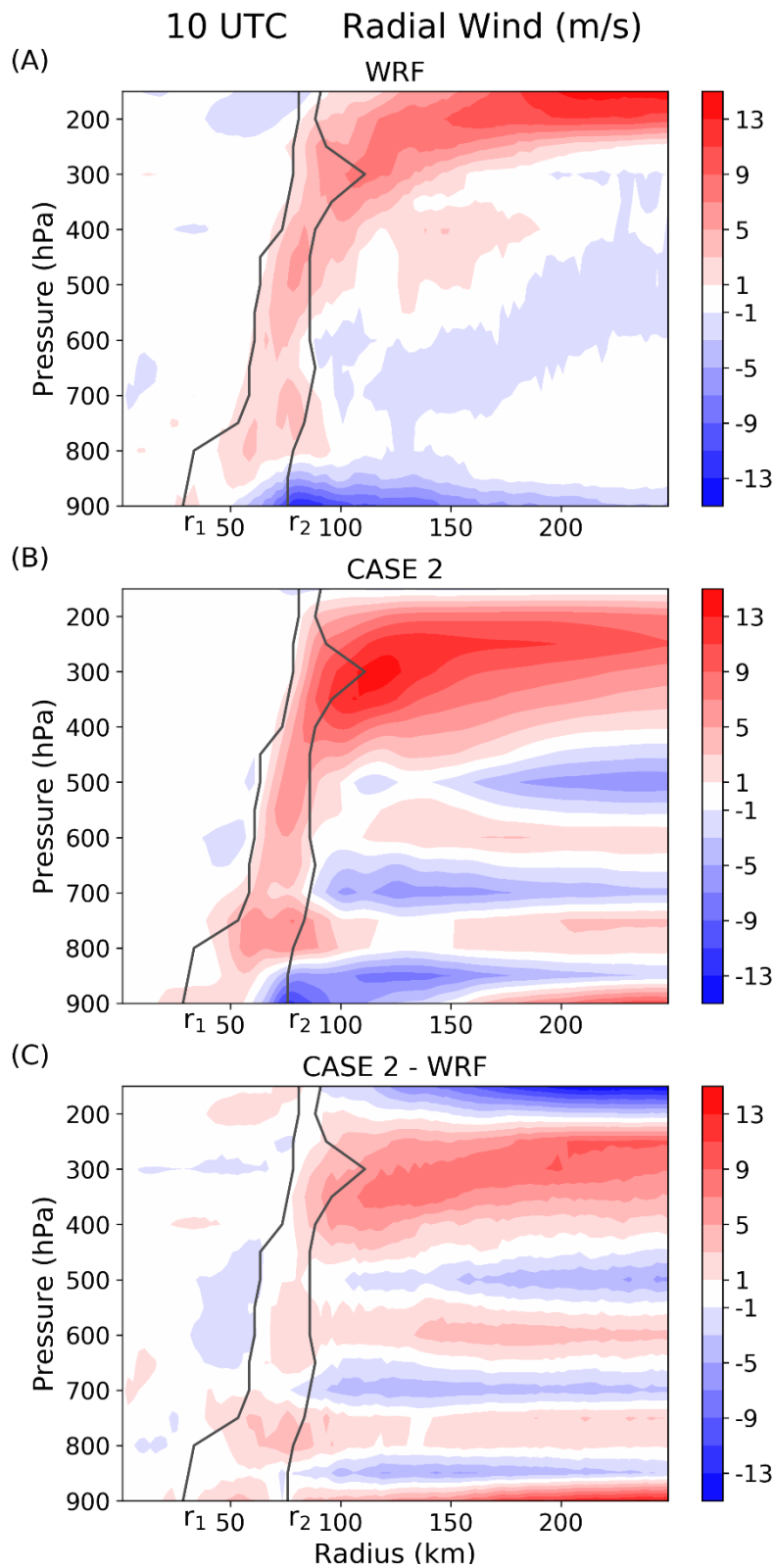


圖 4 - 10：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 2 結果，C. 理想化模式 CASE 2 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

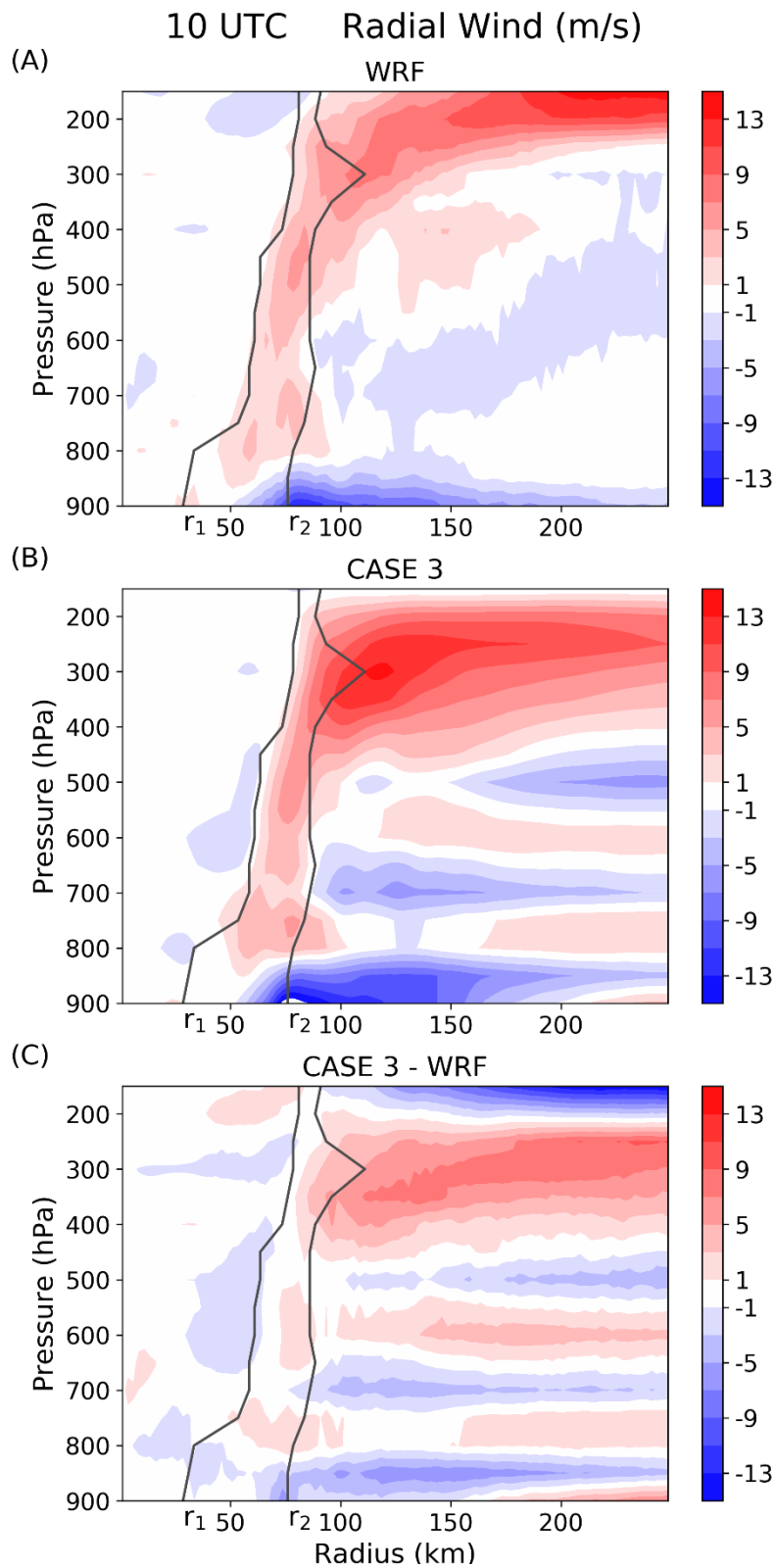


圖 4 - 11：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 3 結果，C. 理想化模式 CASE 3 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

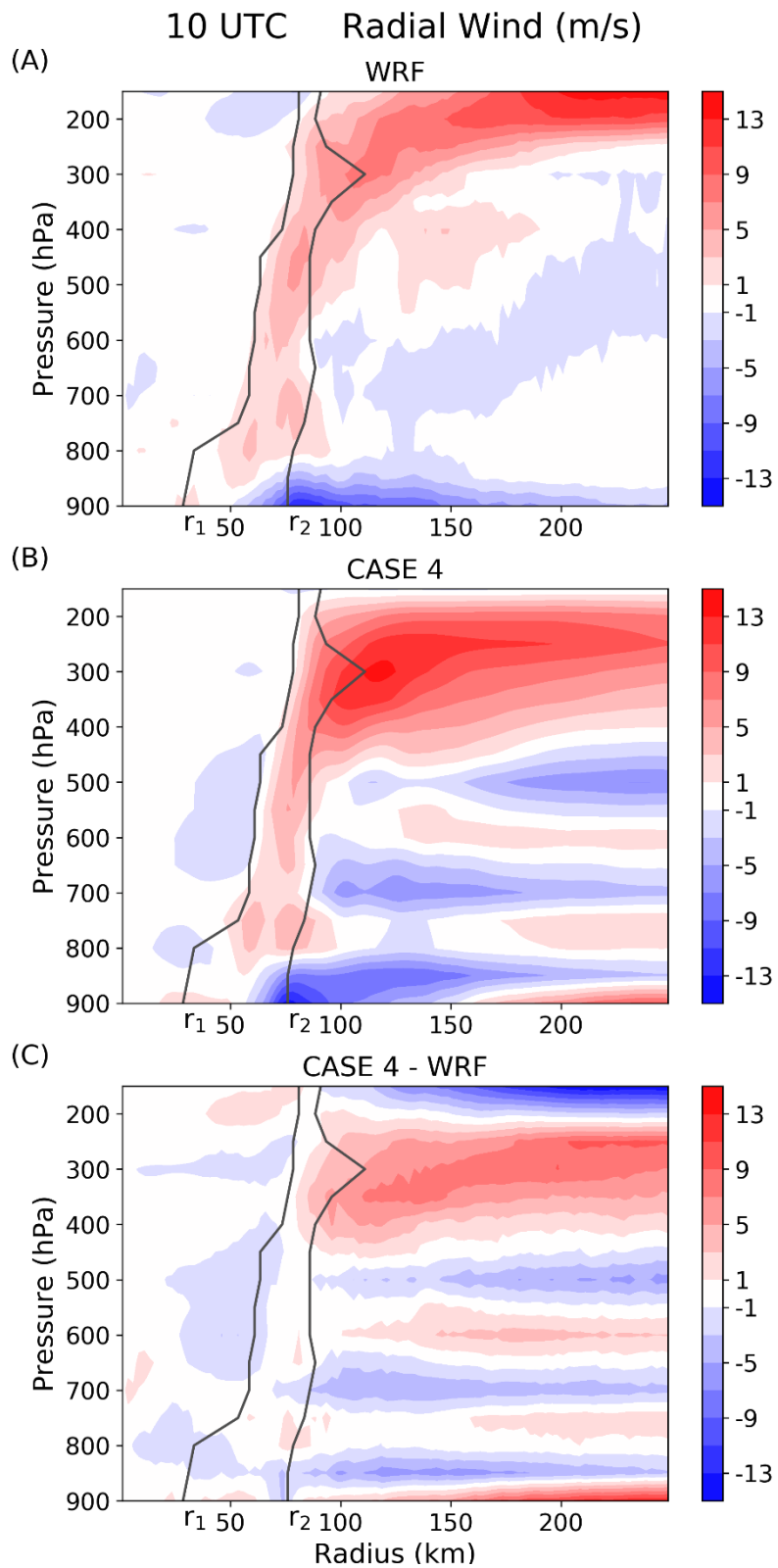


圖 4 - 12：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 4 結果，C. 理想化模式 CASE 4 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

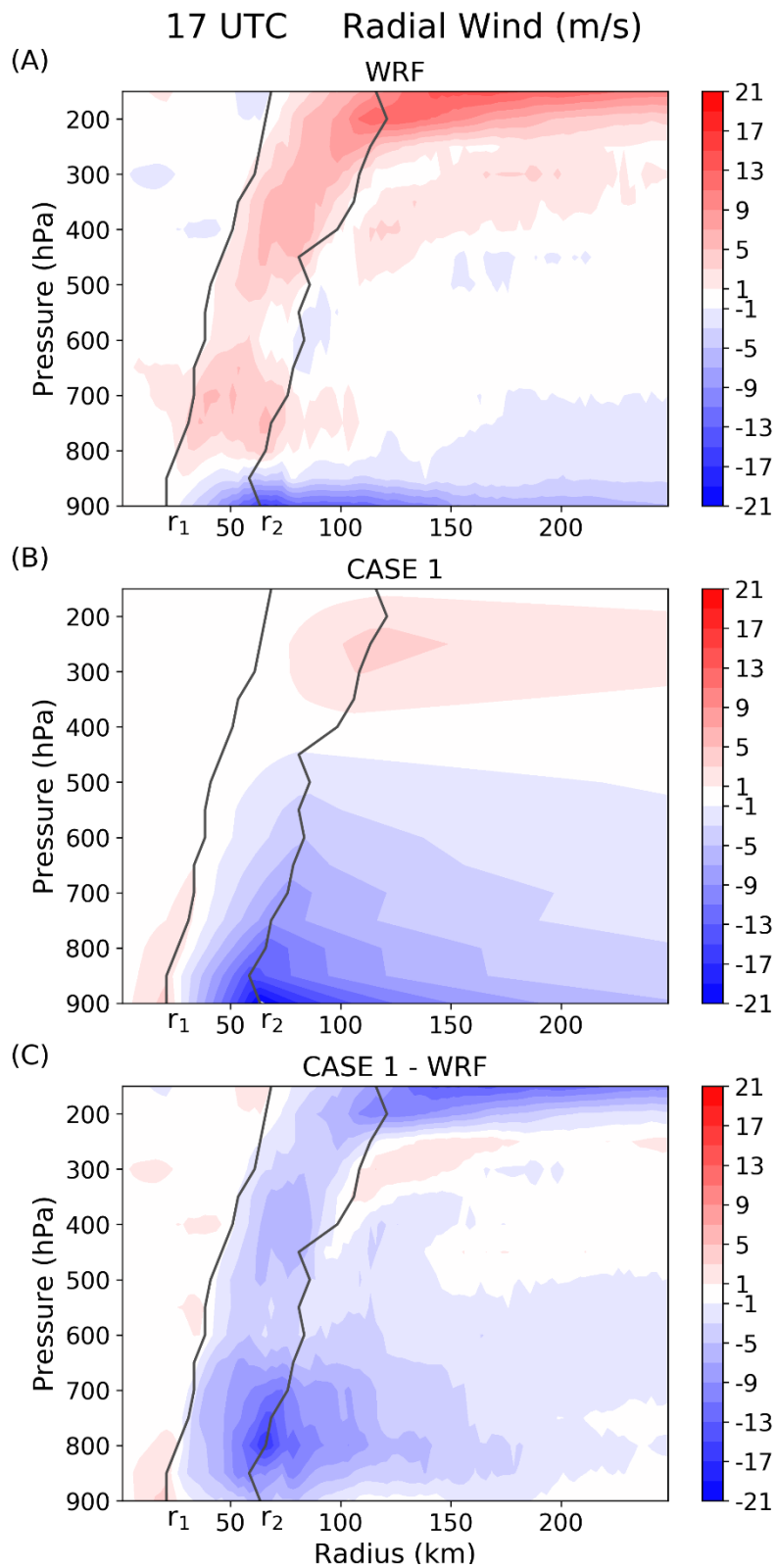


圖 4 - 13：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 1 結果，C. 理想化模式 CASE 1 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

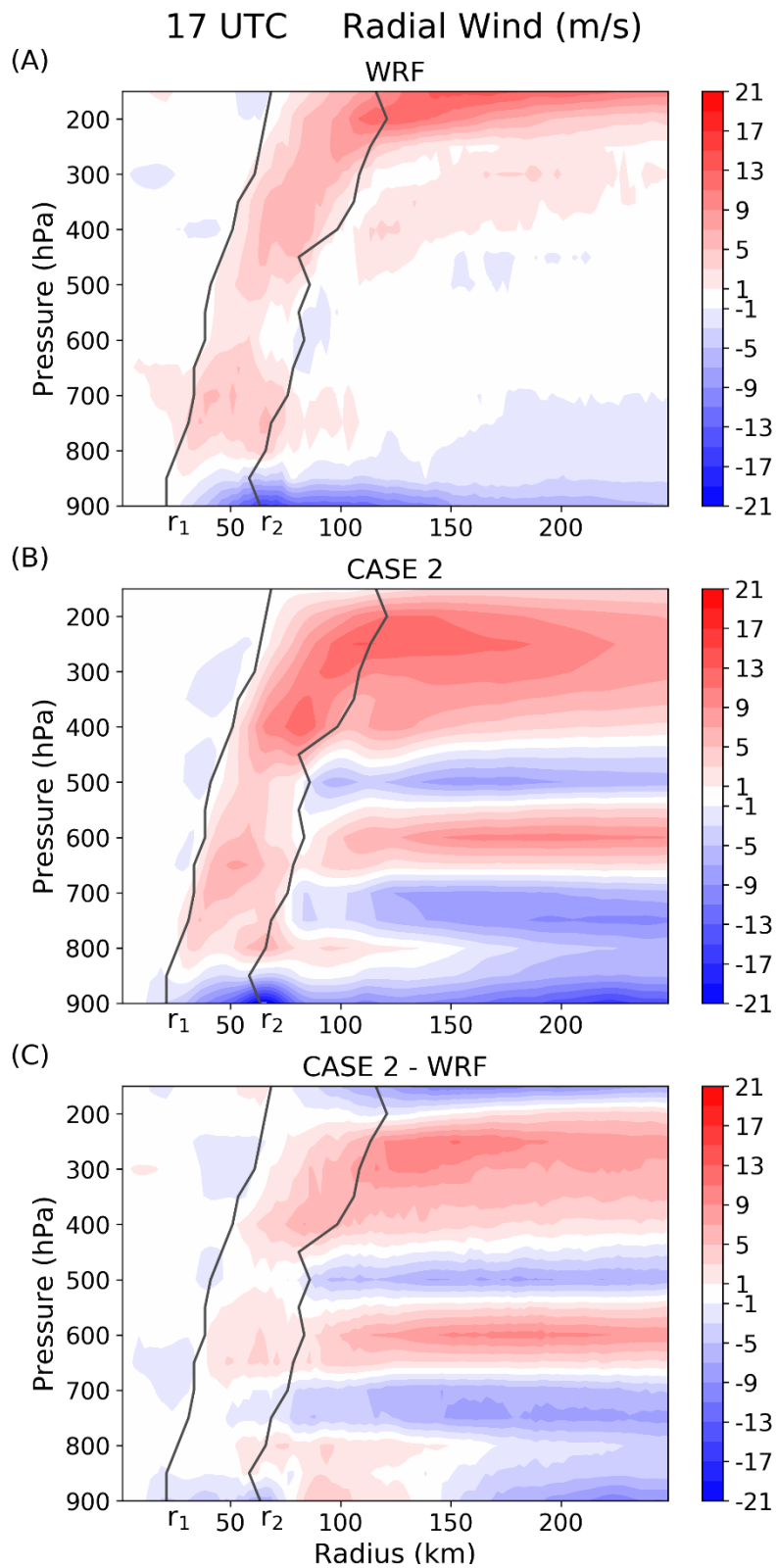


圖 4 - 14：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 2 結果，C. 理想化模式 CASE 2 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

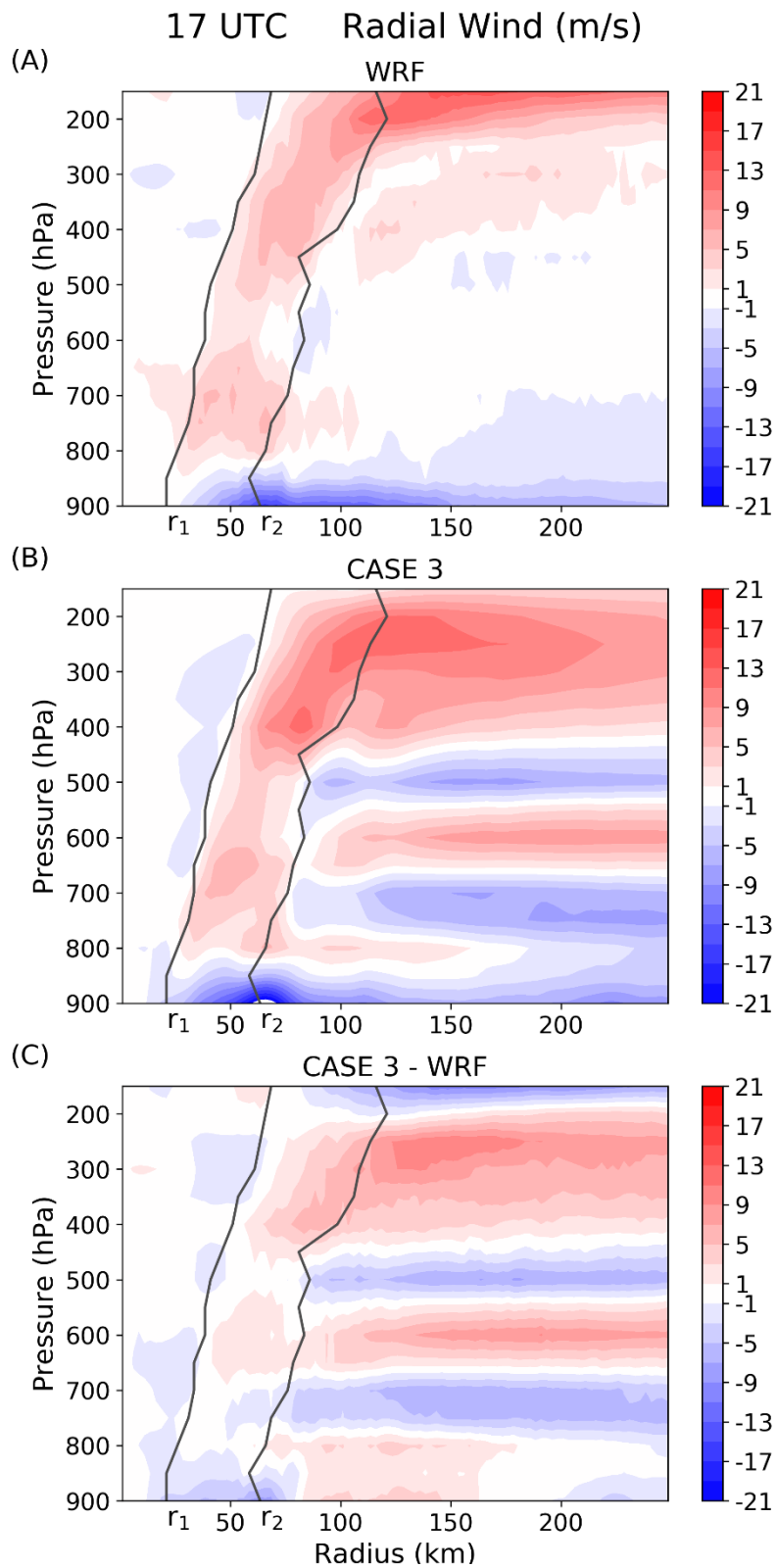


圖 4 - 15：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 3 結果，C. 理想化模式 CASE 3 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

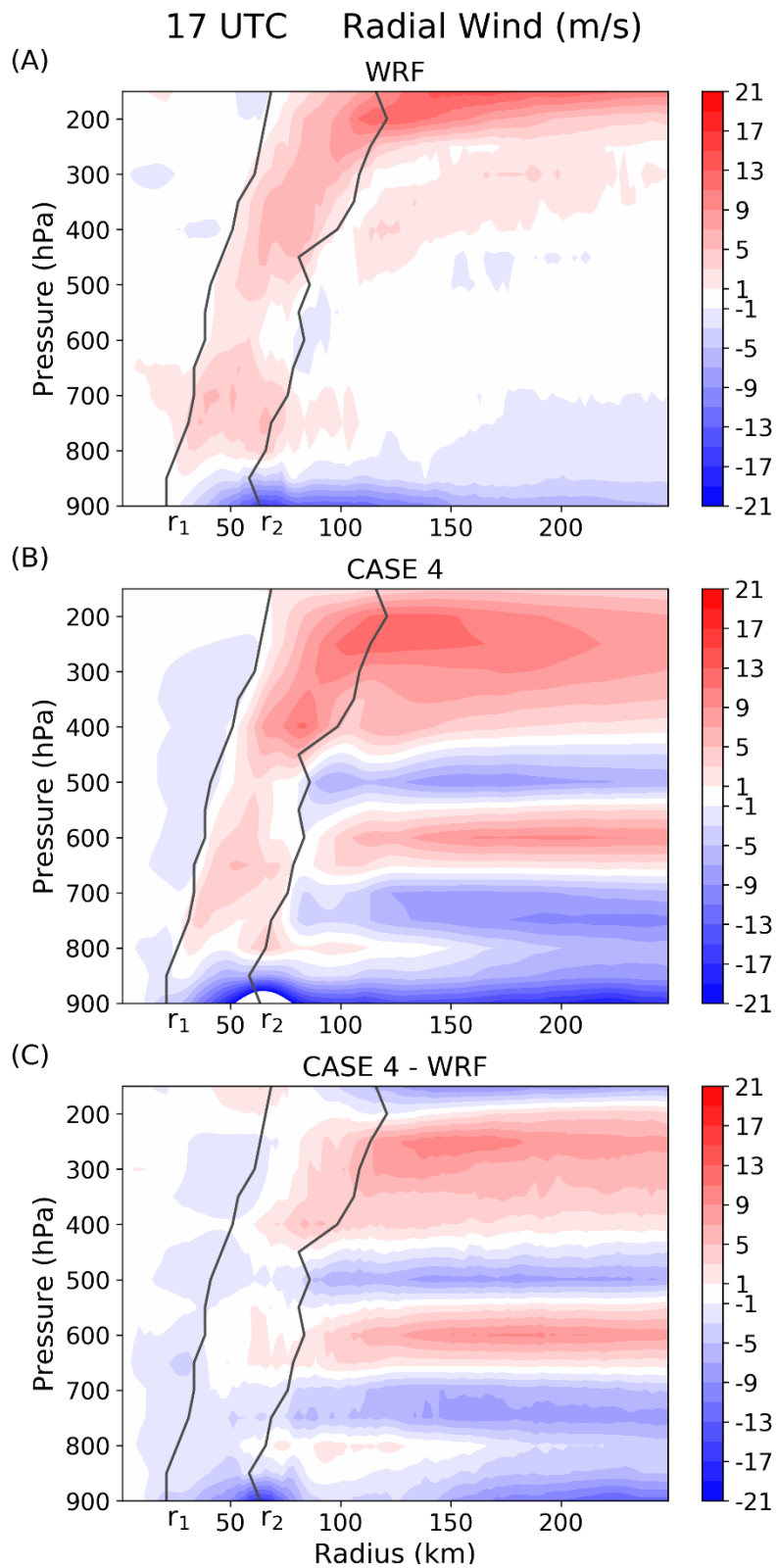


圖 4 - 16：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 徑向風之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 4 結果，C. 理想化模式 CASE 4 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

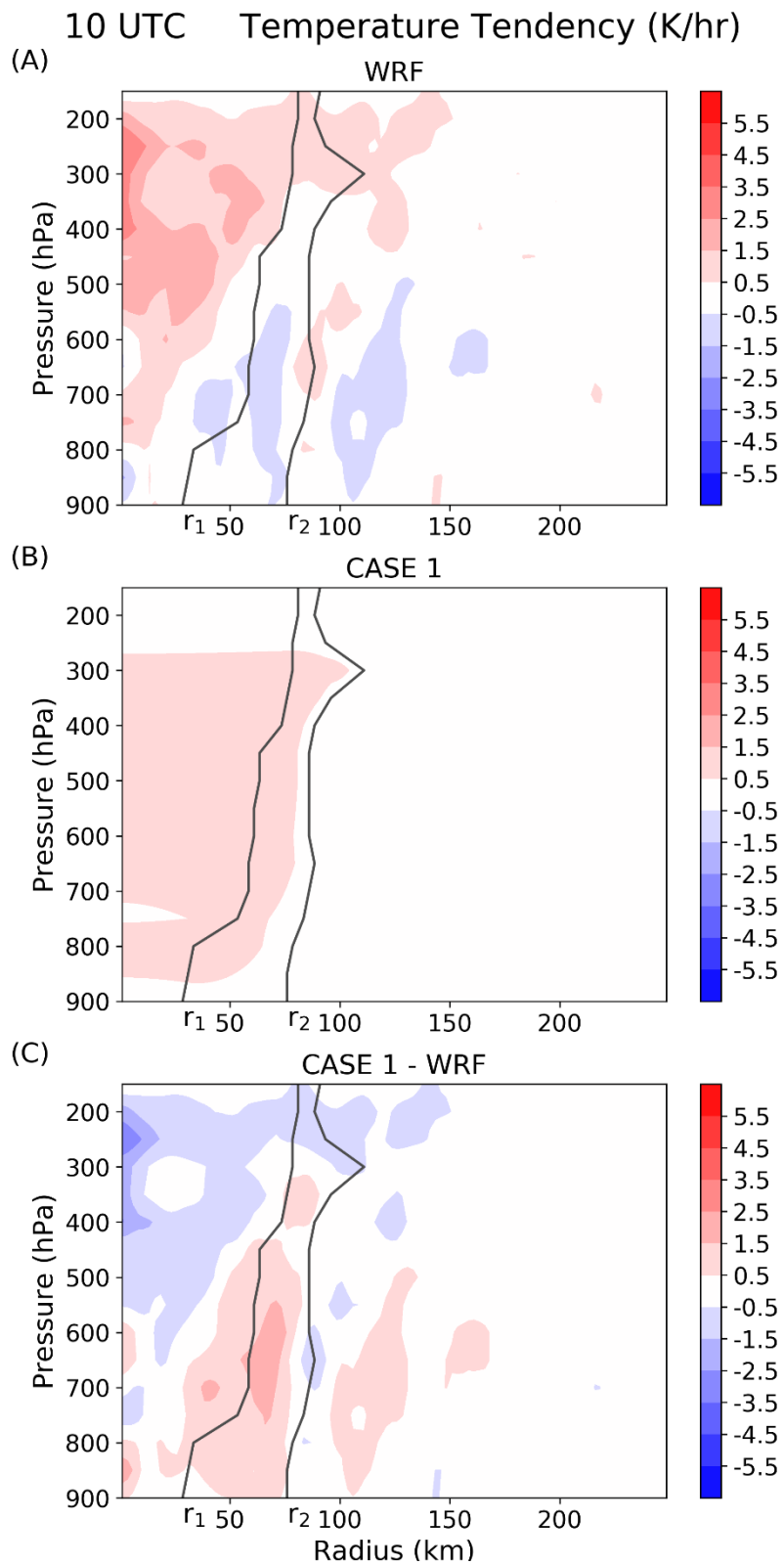


圖 4 - 17：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 1 結果，C. 理想化模式 CASE 1 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

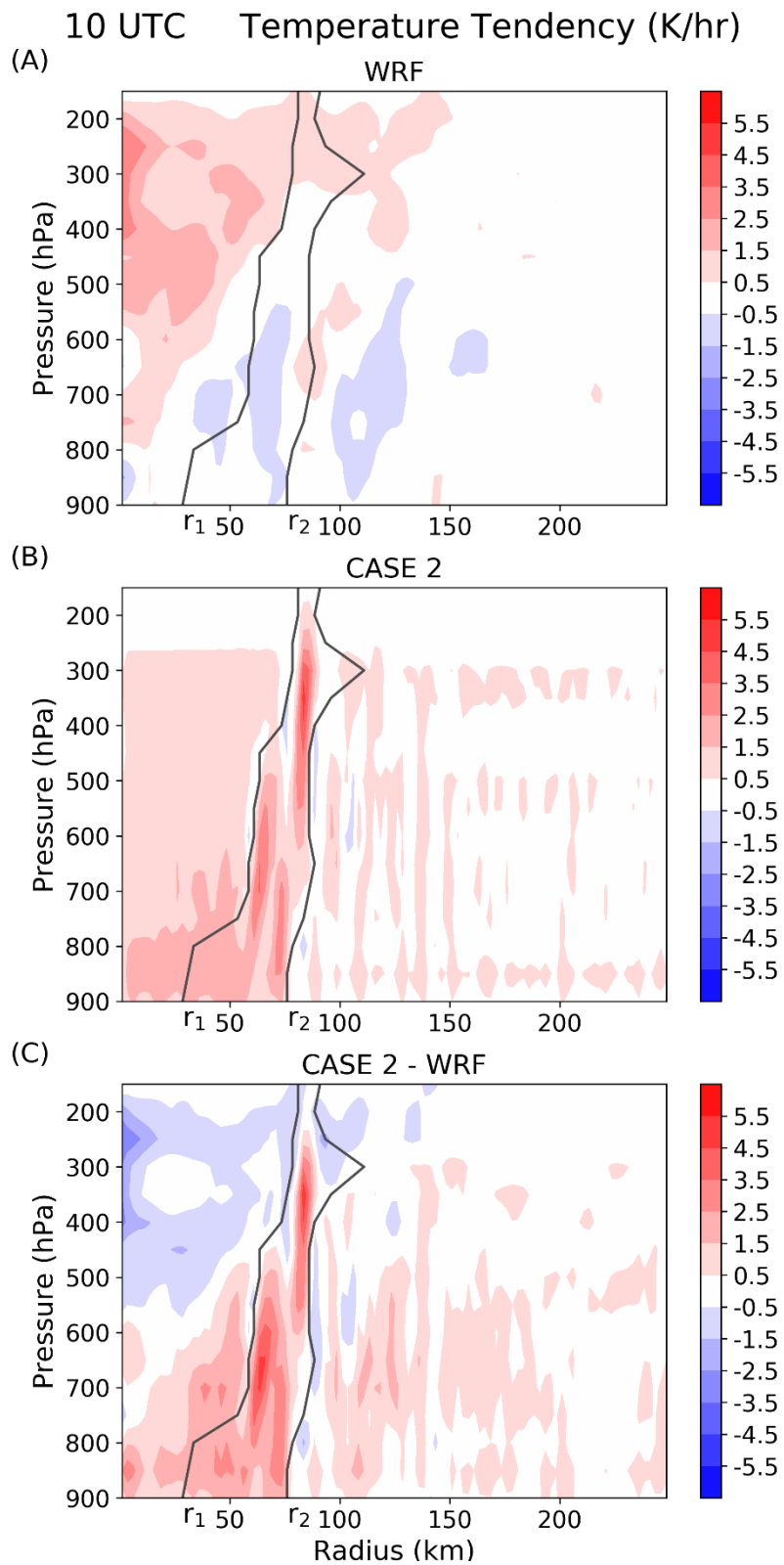


圖 4 - 18：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 2 結果，C. 理想化模式 CASE 2 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

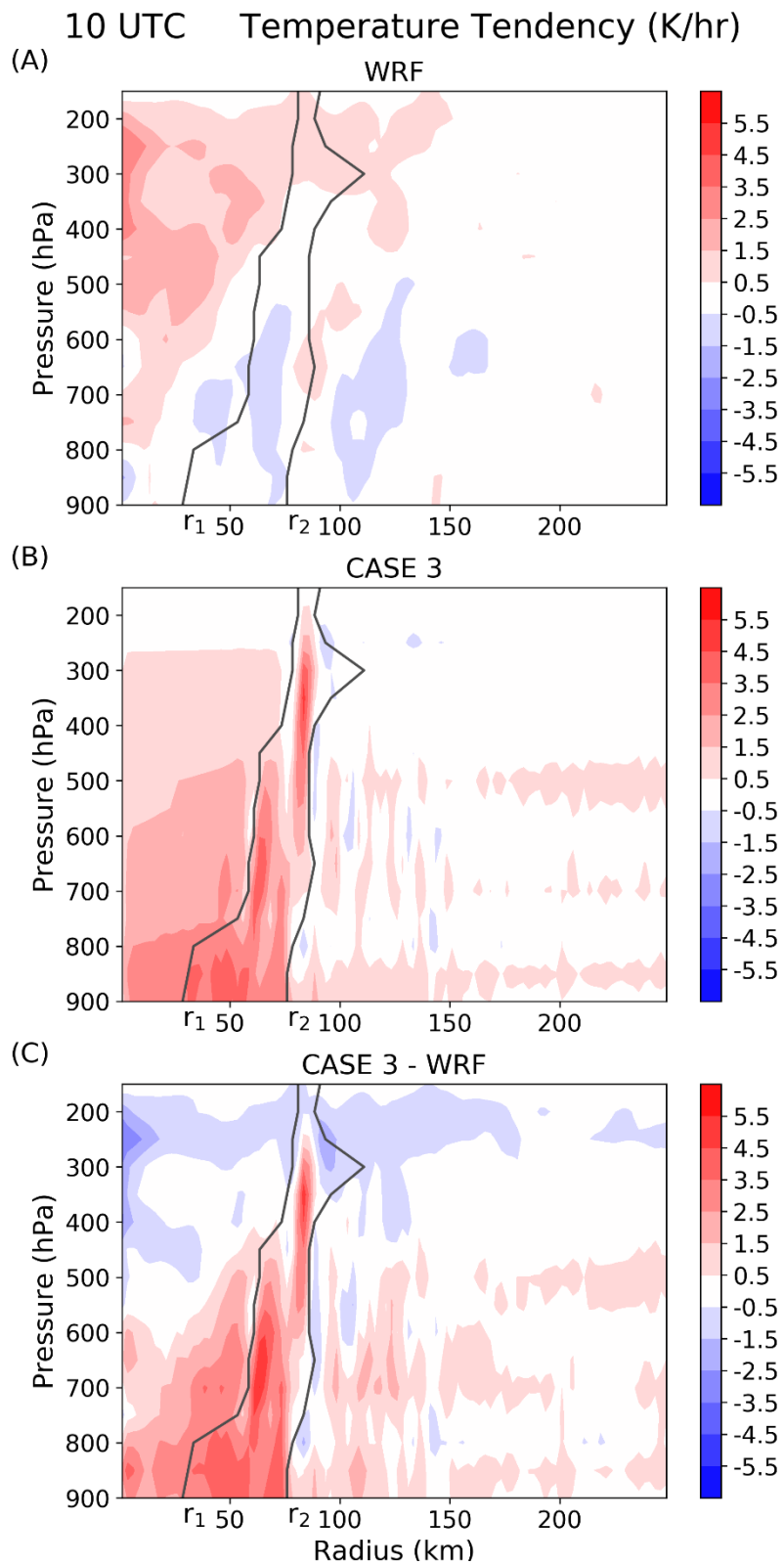


圖 4 - 19：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 3 結果，C. 理想化模式 CASE 3 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

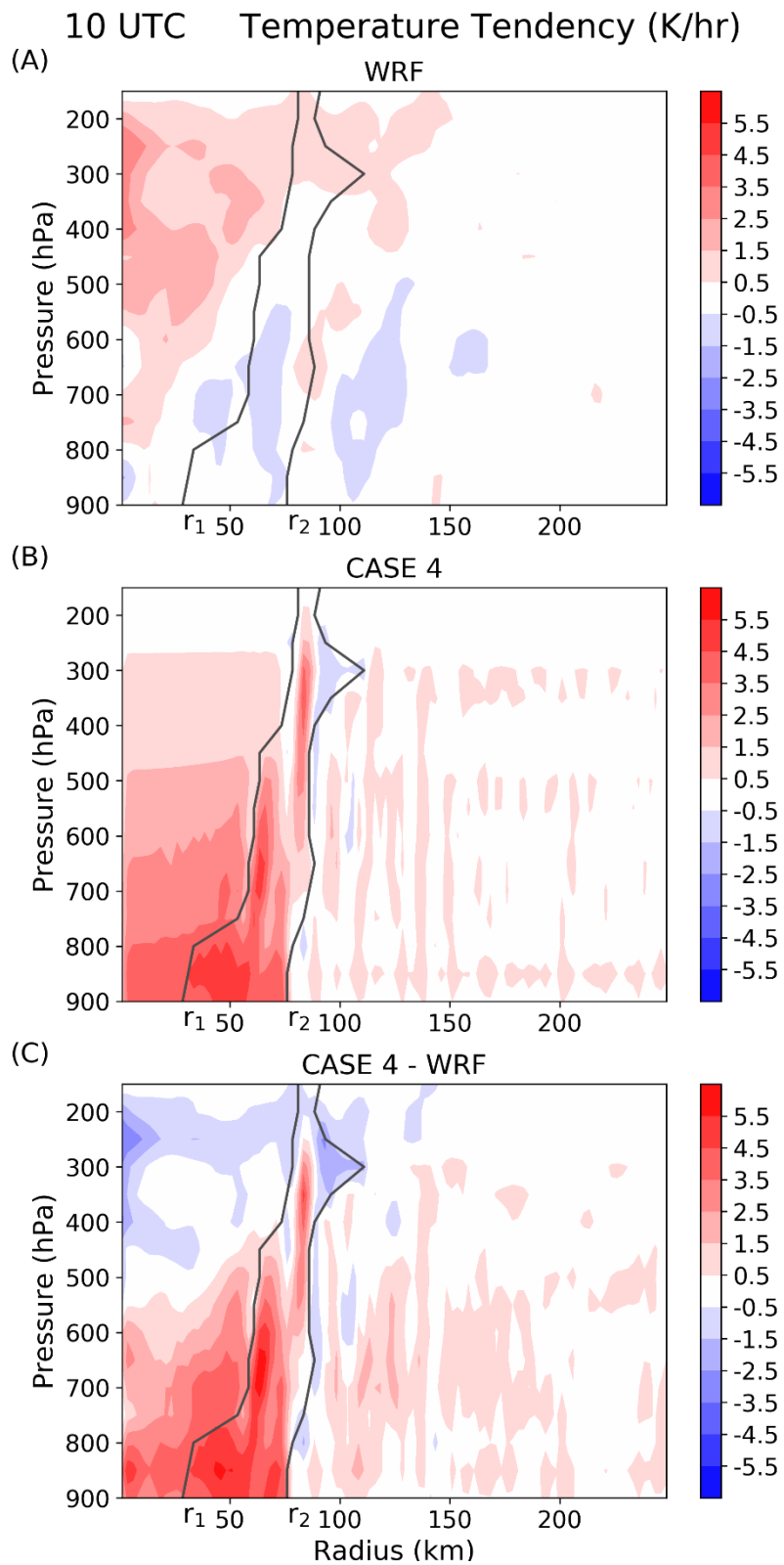


圖 4 - 20：凡那比颱風 2010/9/18 10 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 4 結果，C. 理想化模式 CASE 4 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

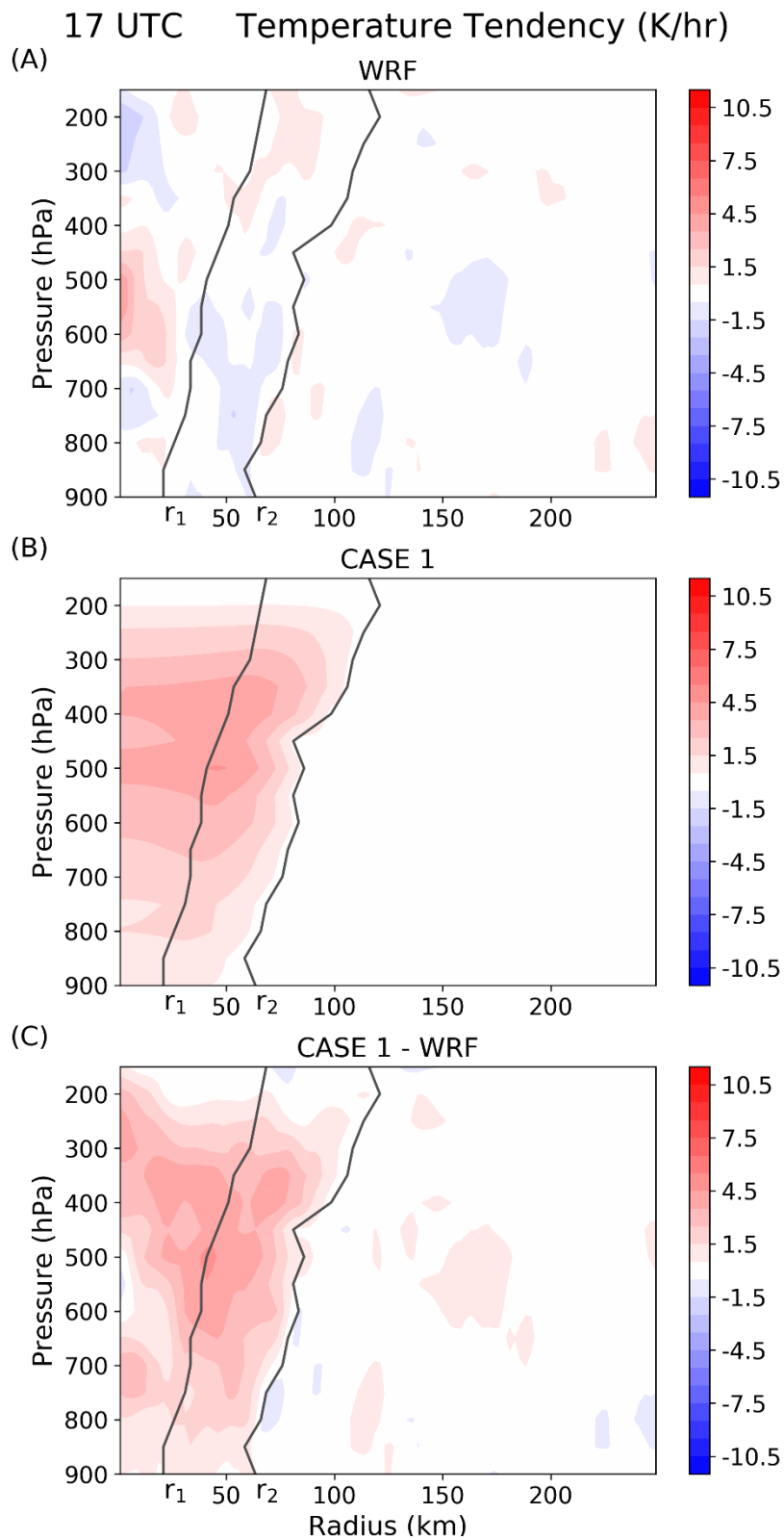


圖 4 - 21：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 1 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 1 結果，C. 理想化模式 CASE 1 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

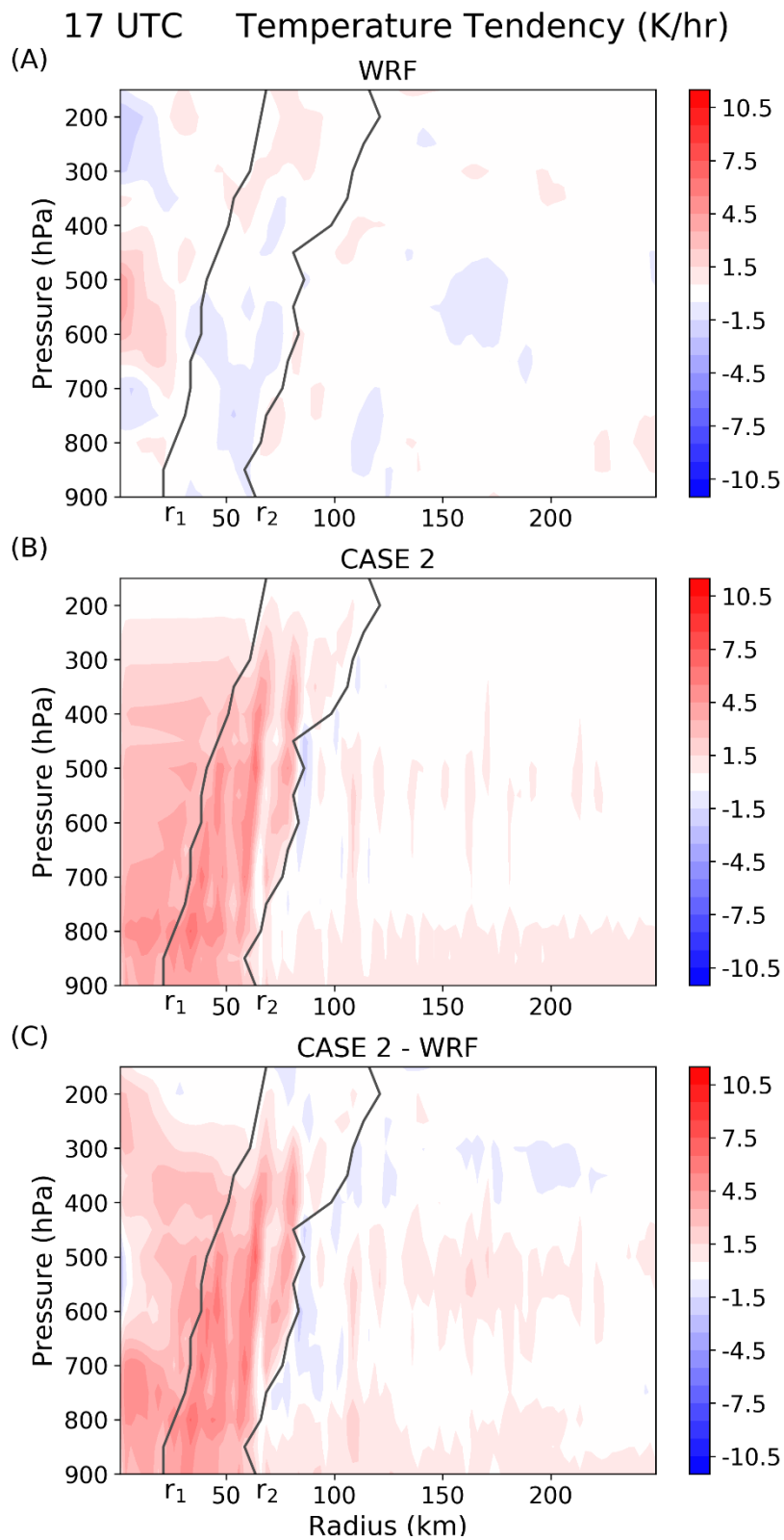


圖 4 - 22：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 2 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 2 結果，C. 理想化模式 CASE 2 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

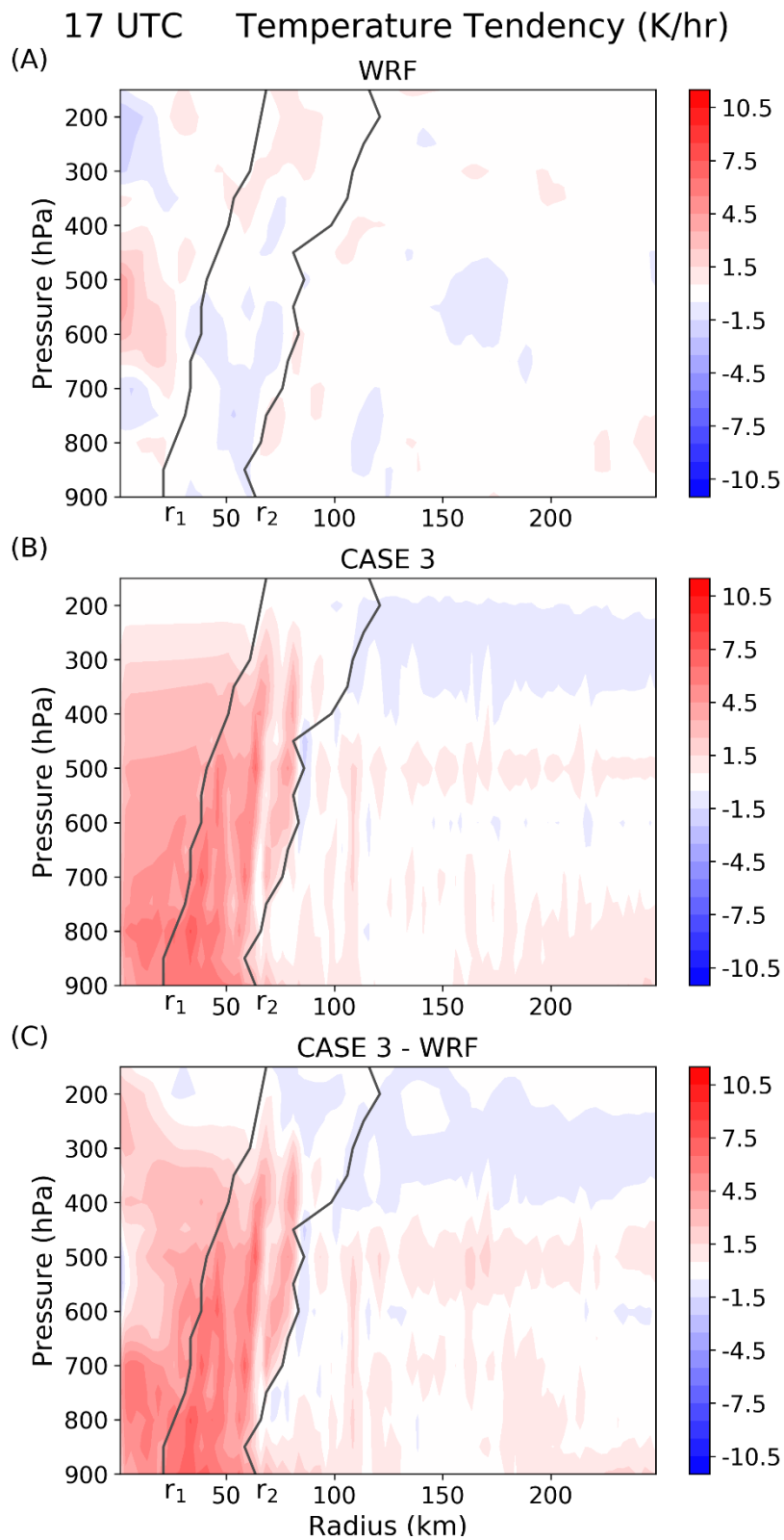


圖 4 - 23：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 3 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 3 結果，C. 理想化模式 CASE 3 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

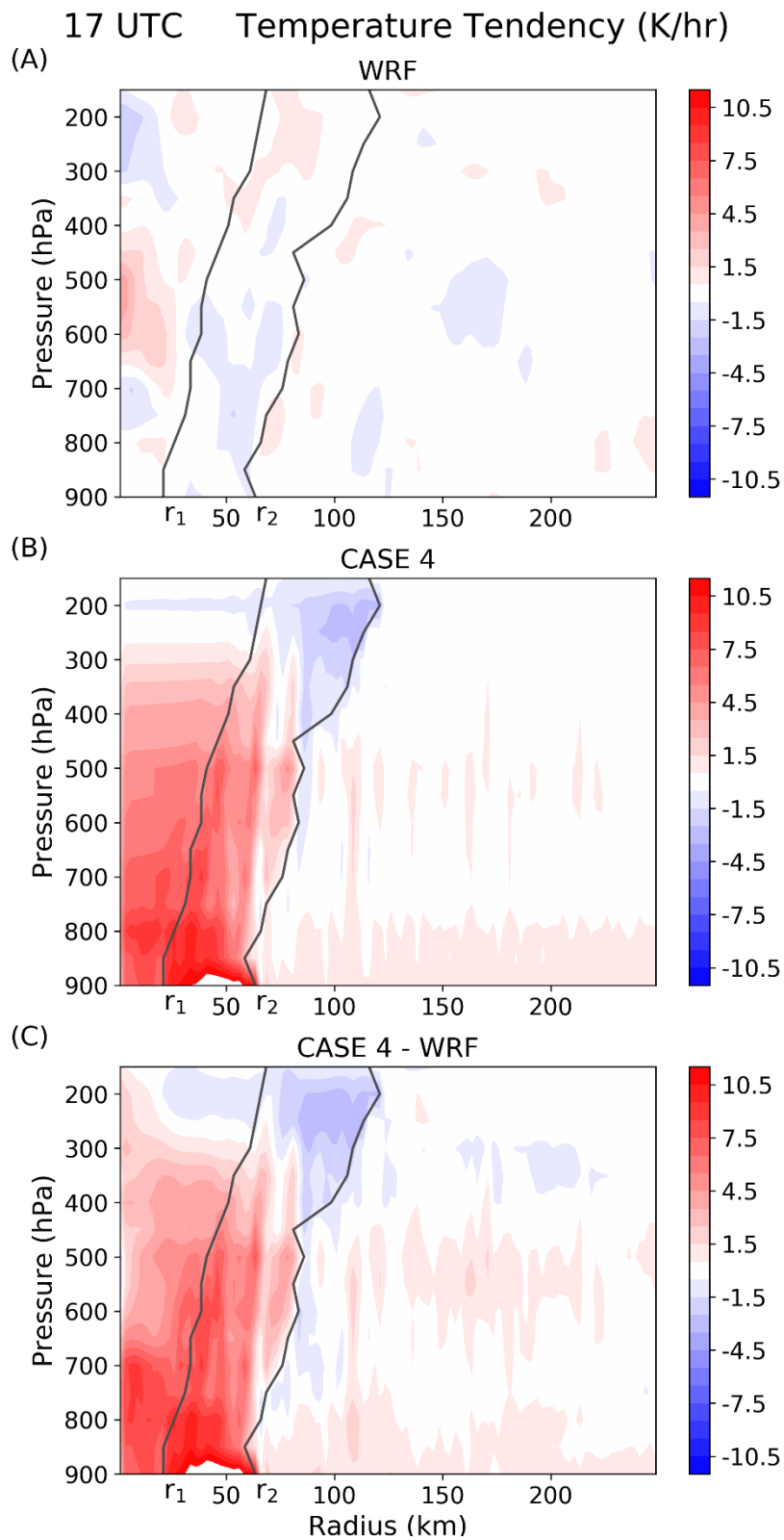


圖 4 - 24：凡那比颱風 2010/9/18 17 UTC 溫度趨勢之徑方向-垂直方向結構、WRF 模式與理想化模式 CASE 4 比較。A. WRF 模式結果，B. 理想化模式 CASE 4 結果，C. 理想化模式 CASE 4 與 WRF 之差異。灰線為 r_1 及 r_2 各高度位置。

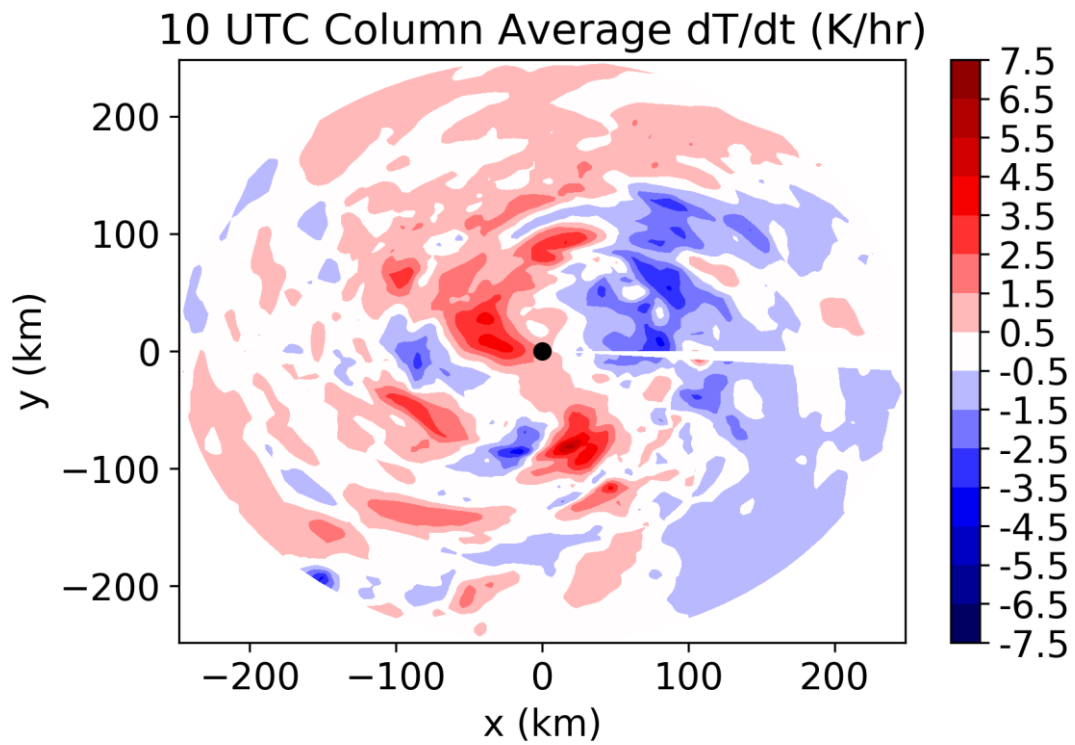


圖 4 - 25：10 UTC WRF 模式內凡那比颱風之垂直平均溫度趨勢。黑色圓點為颱風中心位置。

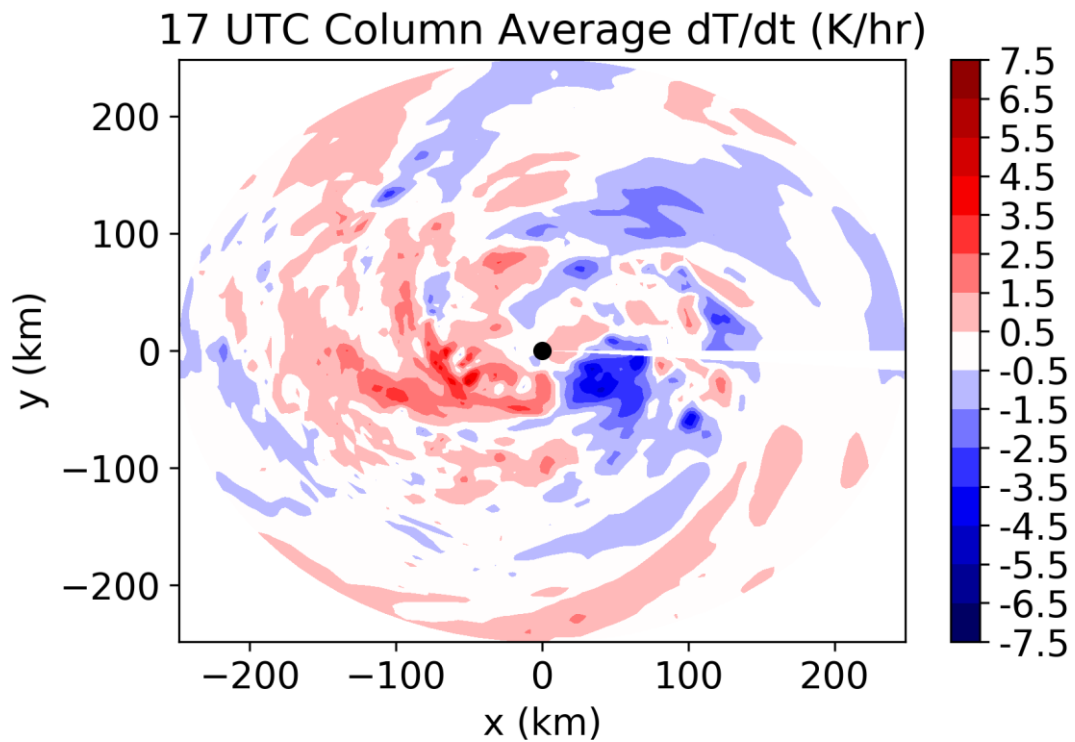


圖 4 - 26：17 UTC WRF 模式內凡那比颱風之垂直平均溫度趨勢。黑色圓點為颱風中心位置。

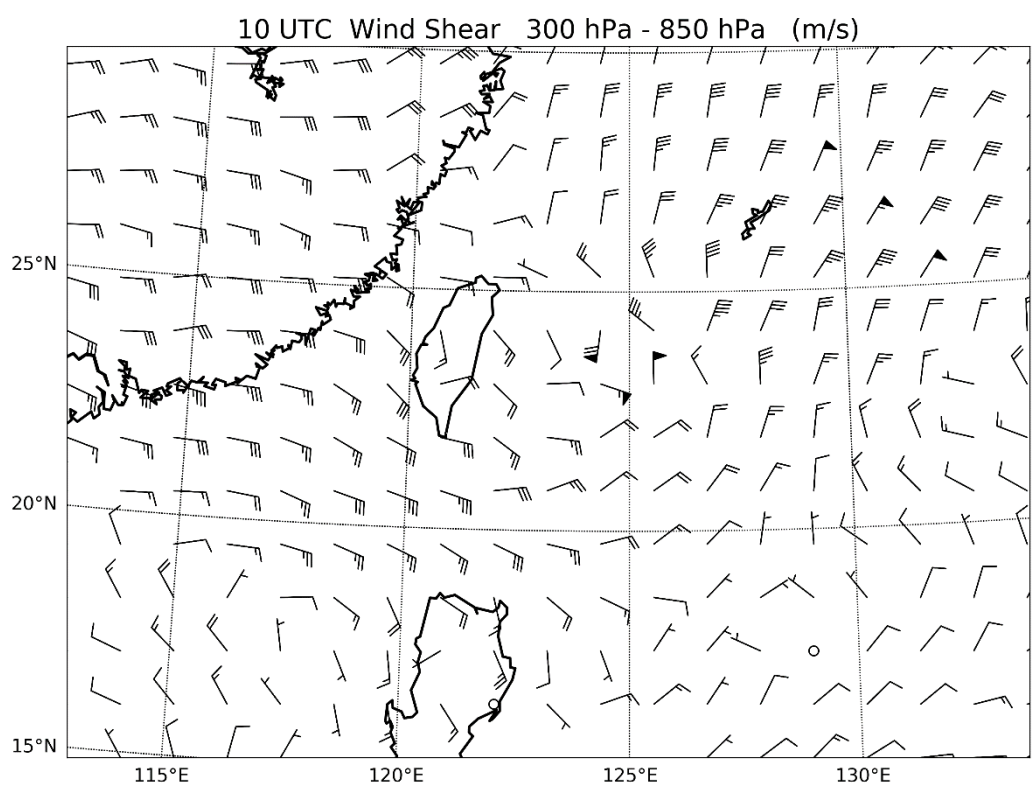


圖 4 - 27 : 10 UTC WRF 模式 300 百帕與 850 百帕之垂直風切。

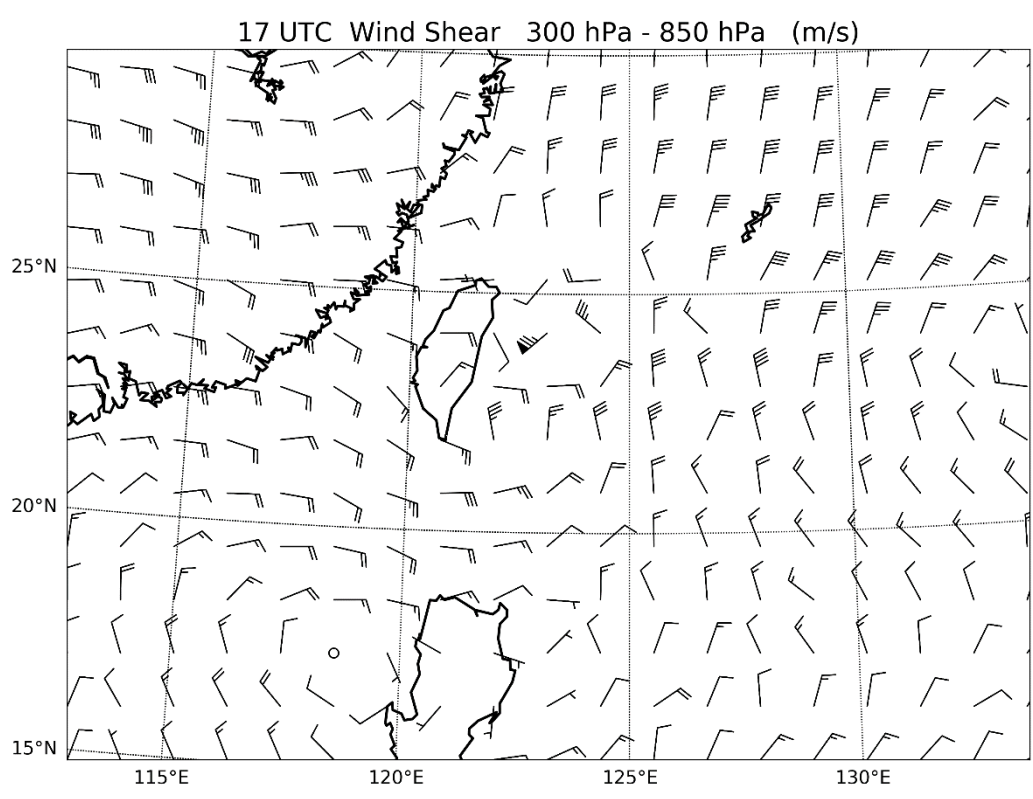


圖 4 - 28 : 17 UTC WRF 模式 300 百帕與 850 百帕之垂直風切。

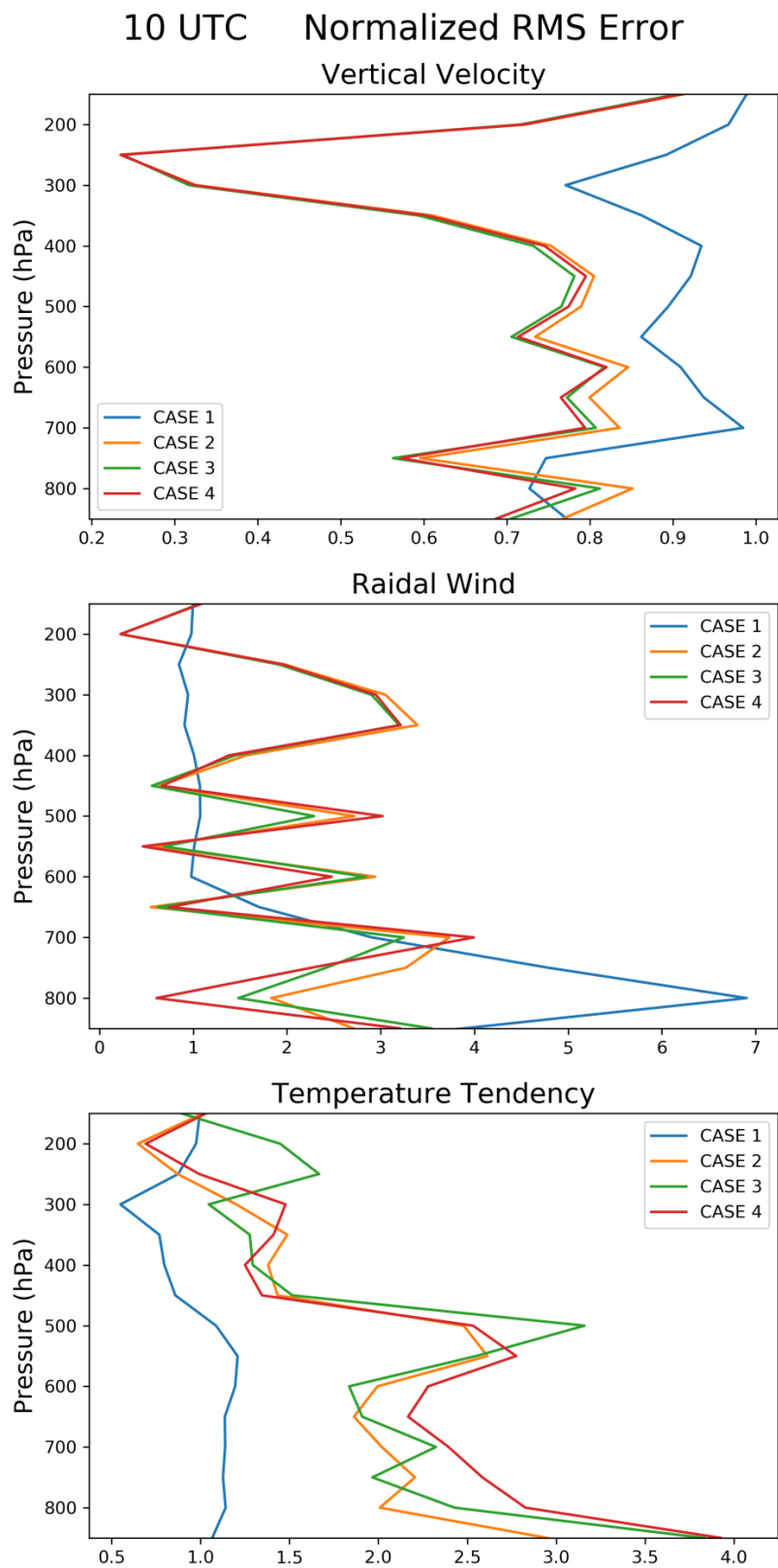


圖 4 - 29：10 UTC 理想化模式不同情境之垂直運動速度、徑向風、溫度梯度標準化方均根誤差隨高度變化。

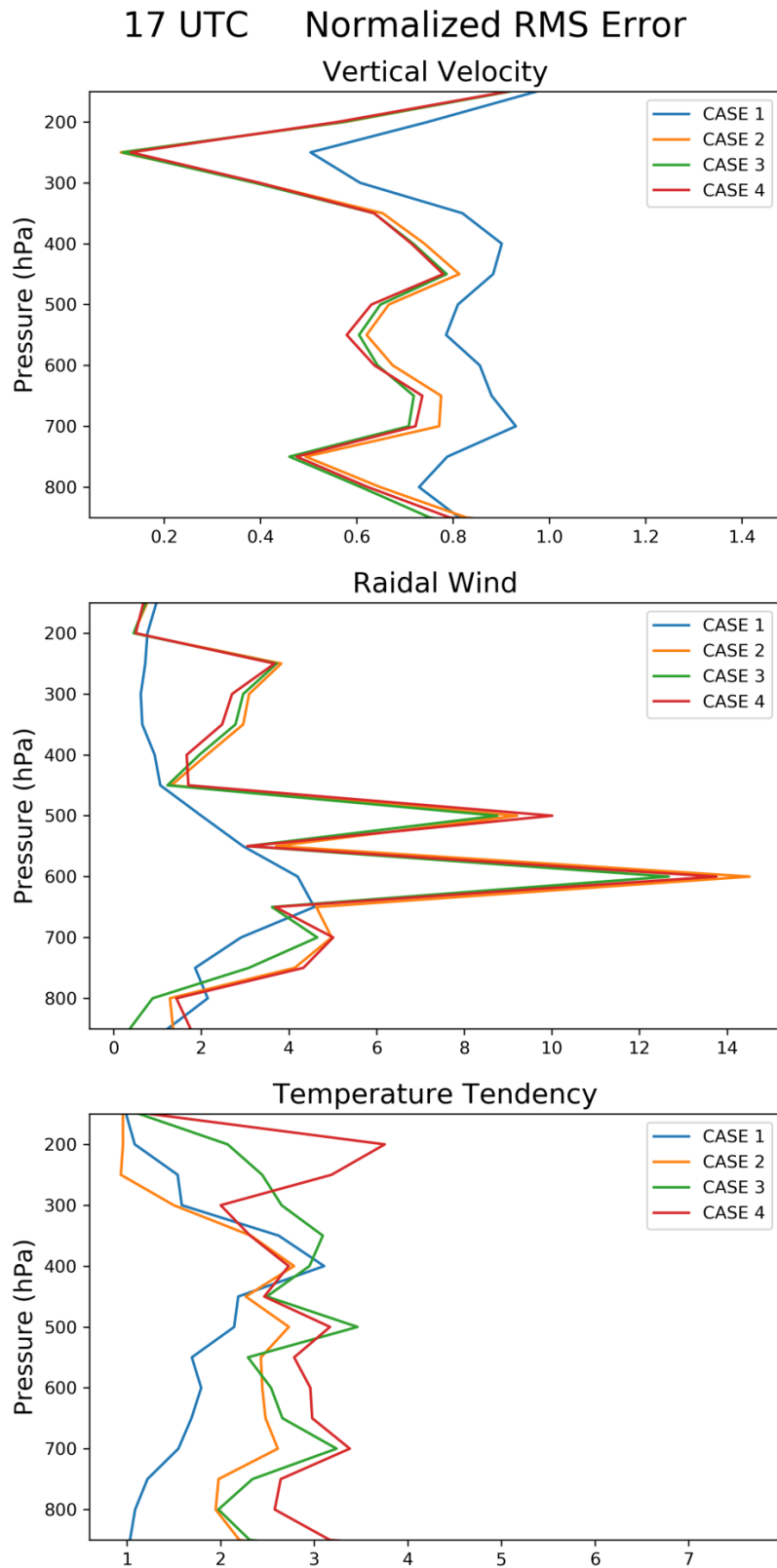


圖 4 - 30：17 UTC 理想化模式不同情境之垂直運動速度、徑向風、溫度梯度標準化方均根誤差隨高度變化。

附錄一 理想化模式推導

本章將展示正文內第二章推導理想化模式解析解時較細節部分。

壹、隨質點導數 (Material Derivative)

從(1)式控制方程推導時，須將全微分寫成偏微分形式，其在圓柱座標下的關係為：

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

由於理想化模式假設颱風為軸對稱，因此 $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ 。而此關係可用於(3)、(4)

兩式之推導。

貳、(17)式之推導

積分(10)，從 r_1^- 積分至 r_1^+ 範圍狹窄且經過 r_1 ，可寫為：

$$\int_{r_1^-}^{r_1^+} \left[r^2 \frac{d^2 \hat{\psi}}{dr^2} + r \frac{d\hat{\psi}}{dr} - (\mu^2 r^2 + 1) \hat{\psi} = \frac{gr^2}{c_p T_0 N^2} \frac{d\hat{Q}}{dr} \right] dr$$

第三項可由均質定理寫為：

$$\begin{aligned} \int_{r_1^-}^{r_1^+} [(\mu^2 r^2 + 1) \hat{\psi}] dr &= (\mu^2 r_1^2 + 1) \int_{r_1^-}^{r_1^+} \hat{\psi} dr \\ &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} (\mu^2 r_1^2 + 1) \hat{\psi} \Delta r = 0 \end{aligned}$$

因此第三項消除，對於 r_2 也是如此，剩餘部分對 r 積分可得(17)式。

參、(10)式為修正貝索函數

以用以下變數代換關係：

$$\alpha = \mu r, \quad \frac{d\alpha}{dr} = \mu$$

代入(10)可將其化為第一階修正貝索函數：

$$\alpha^2 \frac{d^2 \hat{\psi}}{d\alpha^2} + \alpha \frac{d\hat{\psi}}{d\alpha} - (\alpha^2 + 1)\hat{\psi} = \frac{gr^2}{C_p T_0 N^2} \frac{d\hat{Q}}{dr}$$

擁有通解 $\hat{\psi} = C_1 I_1(\mu r) + C_2 K_1(\mu r)$ ，由於(16)式 $\frac{d\hat{Q}}{dr}$ 只於 $r = r_1$ 、 $r = r_2$ 兩處不為

0，因此分 $0 \leq r \leq r_1$ 、 $r_1 \leq r \leq r_2$ 、 $r_2 \leq r \leq \infty$ 等 3 個區域討論其解。

第一階修正貝索函數擁有其特殊微分關係，可用於(19)式之推導：

$$\frac{d\{rI_1(\mu r)\}}{rdr} = \mu I_0(\mu r) \quad \frac{d\{rK_1(\mu r)\}}{rdr} = -\mu K_0(\mu r)$$

第一階修正貝索函數解有特殊關係，可用於(20)至(22)式推導：

$$I_0(x)K_1(x) + K_0(x)I_1(x) = \frac{1}{x}$$

附錄二 資料處理方式

本章列出資料處理與理想化模式計算較複雜部分。

壹、差分及垂直方向微分

計算變數隨徑方向微分時，使用中差分法，對於位於 $r=1$ 公里之資料點使用二階前插分法，對於位於 $r=248.5$ 公里末端資料點使用二階後差分法。

計算變數隨高度微分時，使用中差分法，於頂層資料點使用二階前插分法，於底層資料點使用二階後差分法。由於內差之圓柱座標為壓力座標，理想化模式之垂直座標為 \log -pressure 座標，因此需做轉換：

$$\frac{d\alpha}{dz} = -\frac{P}{H} \frac{d\alpha}{dp}$$

α 為任意變數，亦即垂直取差分後，再乘上 $-\frac{P}{H}$ 即為該變數垂直方向微分值。

貳、數值計算過程

本研究 CASE 2 至 CASE 4 需計算(28)式微分方程，使用 RK4 從中心處向外積分 $\hat{\psi}$ 。由於(28)式為二階常微分方程式，因此須將其降階為二個一階常微分方程式並積分此系統：

$$U = \frac{d\hat{\psi}}{dr}$$
$$\frac{dU}{dr} = -\left(\frac{1}{r} + \frac{2b\pi}{N^2 Z_T} \cot\left(\frac{\pi z}{Z_T}\right)\right) U - \left(\frac{b}{r N^2} \left(\frac{1}{2H} + \frac{\pi}{Z_T} \cot\left(\frac{\pi z}{Z_T}\right)\right) - \frac{1}{r^2} - \mu^2\right) \hat{\psi} + \frac{g}{C_p T_0 N^2} \frac{d\hat{Q}}{dr}$$

需要給予 $\hat{\psi}$ 及 $\frac{d\hat{\psi}}{dr}$ 於中心處之邊界條件。邊界條件於中心處 $\hat{\psi} = 0$ ，但未知 $\frac{d\hat{\psi}}{dr}$ 之

數值。由於距離颱風無限遠處無颱風之垂直運動速度，因此 $r \rightarrow \infty$ 時， $\frac{d(r\hat{\psi})}{dr} = 0$ 。

計算時先將 $\frac{d\hat{\psi}}{dr}$ 設為 0，可得於 r 於 248.5 公里處之 $\frac{d(r\psi)}{rdr}$ 結果，以 $\frac{d\hat{\psi}}{dr}$ 加上 $-\frac{1}{10} \frac{d(r\psi)}{rdr}$ 修正 $\frac{d\hat{\psi}}{dr}$ 於中心數值，下次計算時 $\frac{d(r\psi)}{rdr}$ 將更接近 0，如此疊代計算直到收斂，即為所求。